

Les échelles

Dans les exercices qui sont liés aux conversions de mesures, aux proportions, et aux équivalences, on retrouve forcément les fameuses échelles de carte géographique.

Souvent on rencontre des énoncés qui nous parlent d'échelle 1/100000 ou 1/250000.

Mais que cela veut-il dire ?

Les échelles se retrouvent sur les plans, sur des maquettes, sur des cartes routières etc...

En fait il s'agit simplement de réduire ou d'augmenter une distance réelle afin de pouvoir la lire ou la dessiner sur une surface de papier adaptée à un transfert d'information.

Par exemple, on peut reproduire les dimensions d'un pays sur un document qui est bien plus petit que la surface réelle du pays (carte de géographie). Mais pour pouvoir redéfinir les valeurs réelles entre les villes, il faut avoir une référence qui est toujours la même. Cette référence est donc l'échelle qui est représentée sous la forme d'un rapport entre la distance dessinée sur le document et la distance réelle qu'on trouve sur le terrain.

Dans un contexte réaliste on trouvera donc les informations sous la forme suivante

$$\begin{array}{ccc} & \swarrow & \nwarrow \\ & 1 / 100000 & \\ \swarrow & & \nwarrow \\ 1\text{cm sur le document} & = & 100000 \text{ cm sur le terrain} \end{array}$$

On a donc bien une proportion linéaire qui est représentée par cette échelle.

Plus on augmente la mesure sur le plan ou sur la carte, et plus la distance sur le terrain sera augmentée.

Il est important d'avoir un outil de conversion pour s'aider à transférer les mesures du plan sur le terrain et vice vers ça.

Le tableau de conversion peut avoir plusieurs formes différentes. Nous allons découvrir un tableau qui permet de convertir dans les 2 sens. C'est à dire de pouvoir convertir les distances de la carte vers le terrain, et au contraire, les distances du terrain vers la carte.

Pour des raisons de commodité, je convertis 100000 de l'exemple ci-dessus en 10^5

$\times 10^5$	Mesure du plan	1 cm	5 cm	7,8 cm	9,64 cm	
	Mesure du terrain	100000 cm	500000 cm	780000 cm	964000 cm	$\div 10^5$

A quoi peuvent me servir ces tableaux ?

Et bien pour une échelle donnée, je peux :

- Calculer des dimensions sur le dessin afin de pouvoir faire une figure à l'échelle.
- Inversement, je peux calculer des dimensions réelles, par rapport à un dessin .
- Pour des dimensions données (dessin/réalité), je peux calculer une échelle.

Exemple N° 1 :

Une poutre mesure 1,75 m : quelle sera sa mesure à l'échelle 1/20 ?

Je reprends mon tableau de l'échelle 1/20, et y note cette fois une nouvelle **mesure réelle**

ATTENTION : je fais bien attention de convertir 1,75 m en cm
1,75 m = 175 cm

X 20	Mesure du plan	1cm	?				▲	
	▼	Mesure du terrain	20 cm	175 cm			÷ 20	▲

Je dois passer de la ligne du bas à celle du haut :

je divise alors par 20

$$175 \div 20 = 8,75$$

X 20	Mesure du plan	1cm	8,75 cm				▲	
	▼	Mesure du terrain	20 cm	175 cm			÷ 20	▲

ou par le produit en croix

plan		réalité
1	↘	20
?	↗	175

$$\frac{(1 \times 175)}{20} = \frac{175}{20} = 8,75 \text{ CM}$$

Exemple N° 2 :

Sur la carte routière, la distance entre 2 villes est représentée par un segment de 8 cm l'échelle de la carte est 1/1 000 000.

Calculer la distance réelle à vol d'oiseau en kilomètres entre ces 2 villes.

En premier je convertis mon échelle sous forme de puissance.

$$1\ 000\ 000 = 10^6$$

Ensuite je construis mon tableau de conversion

$\times 10^6$ ↓	Mesure du plan	1 cm	8cm		↑
	Mesure du terrain	1000000 cm	?		$\div 10^6$

Je dois passer de la ligne du haut à celle du bas

je multiplie alors par 1 million (10^6)

$$8 \times 1\ 000\ 000 = 8\ 000\ 000$$

$\times 10^6$ ↓	Mesure du plan	1 cm	8cm		↑
	Mesure du terrain	1000000 cm	8000000 cm		$\div 10^6$

ou par le produit en croix

	carte		terrain
1	↓	↑	1000000
8	↑	↓	?

$$\frac{(1000000 \times 8)}{1} = \frac{8000000}{1} = 8000000\text{ CM}$$

Ensuite je convertis ma réponse en km

	km	hm	Dam	M	Dm	Cm	Mm
8	0	0	0	0	0	0	

80 km

La distance sur la carte représente une distance réelle de 80 Km sur le terrain

Exemple N° 3 :

Dans cet exemple, il s'agira simplement de retrouver la valeur de l'échelle.

Quand je connais les valeurs exprimées sur le plan et sur le terrain, je suis en mesure de connaître la représentation de l'échelle.

Pour mémoire, je dois me rappeler que l'échelle est toujours exprimée selon l'exemple suivant : $1/n$

La valeur de 1 est celle qui est applicable sur le plan (valeur du plan)

La valeur « n » est celle qui est représentée sur le terrain (valeur réelle)

Prenons comme exemple :

La distance d'un mur sur un plan est de 6,5 cm.

En mesurant ce mur sur le terrain, on calcule une longueur de 1 m et 95 cm.

Quelle est l'échelle utilisée pour établir ce plan ?

Pour m'aider à réaliser ce calcul, je vais construire un tableau pour rentrer les informations connues. 1 m et 95 cm = 195 cm

	valeur	échelle
Information du plan	6,5 cm	1
Information réelle	195 cm	?

J'applique simplement le produit en croix

	valeur	échelle
Information du plan	6,5 cm	1
Information réelle	195 cm	?

et je découvre la valeur de l'échelle

$$\frac{(195 \times 1)}{6.5} = \frac{195}{6.5} = 30$$

L'échelle utilisée par la réalisation de ce plan est donc 1/30