Version peu adaptée aux élèves à besoins spécifiques:

- Consignes et informations relatives à la pondération clairement formulées mais présentées de façon trop compacte ;
- police "Times New Roman", 11 points - difficilement lisible pour les élèves avec un trouble dys- ;
- les éléments importants ne sont pas mis en évidence ;
- absence de schémas ou de croquis pouvant illustrer la question ;
- mise en page peu aérée malgré la bonne qualité typographique.

Travail de mathématiques 1MA
Nom, prénom : Groupe :

Durée : 90 minutes Total : / 44 points Note :

Matériel autorisé : Règle, calculatrice non programmable et table CRM non annotée.
Autres consignes : Le passage de matériel entre élèves est interdit. Les énoncés sont à rendre avec le travail.
Directives : La résolution se fait, à l'encre ou au stylo à bille, sur feuilles doubles quadrillées A_4.Tout résultat doit être justifié par une résolution claire et complète. Merci de soigner la présentation !

---

1. Soit la fonction f définie par $f : x \mapsto 4x^2 + 12x + 5$.
   a) Déterminer le domaine de définition de f.
   b) Déterminer l'ordonnée à l'origine, les zéros <u>et</u> les coordonnées du sommet de f.
   Déterminer aussi l'axe de symétrie de f. Réponses irréductibles.
   c) Représenter graphiquement la fonction f. Prendre comme unité le $[cm]$.
   d) Mettre f sous forme canonique.

2. a) En partant de la représentation de la parabole d'équation $y = x^2$, construire par étapes, en expliquant chaque fois ce qui se passe, la représentation graphique de la fonction. Prendre comme unité le $[cm]$.
   $f : x \mapsto -\frac{1}{2}(x-3)^2 + 1$.
   b) Déterminer les coordonnées du sommet de f.
   c) Mettre f sous forme quadratique.

3. Un commerçant vend des ceintures. Les frais de fabrication s'élèvent à 3 francs par ceinture et 26 francs de frais fixes, par jour. Sachant que ce commerçant vend ses ceintures 16 francs la pièce, déterminer le seuil de rentabilité : a) algébriquement. b) graphiquement.

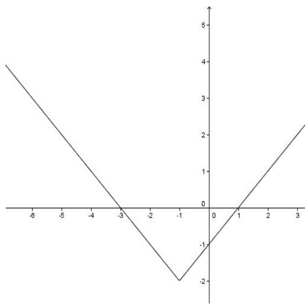
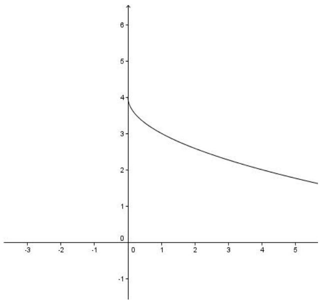
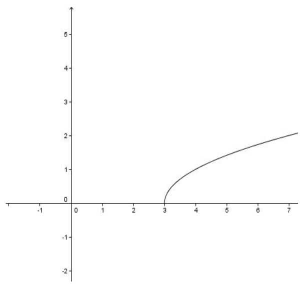
4. Un éleveur possède une clôture de 100 m de long.
   Il veut l'utiliser pour former un enclos rectangulaire dont un côté est fermé par un mur.
   Quelle est l'aire maximale que peut avoir son enclos.

5. Voici trois fonctions numériques f , g et h définies par

   $f : x \mapsto \sqrt{x-3}$, $g : x \mapsto -\sqrt{x}+4$ et $h : x \mapsto |x+1|-2$.

   Indiquer à laquelle de ces fonctions correspond chaque graphique.

Le graphique correspond à la fonction …...	Le graphique correspond à la fonction ……	Le graphique correspond à la fonction ……

Correction du travail de mathématiques - 1MA1

1. Soit la fonction f définie par $f : x \mapsto 4x^2 + 12x + 5$.
   a) $Dom(f) = \mathbb{R}$ (domaine de définition de f)
   b) L'ordonnée à l'origine de f est 5 car $f(0) = 4 \cdot 0^2 + 12 \cdot 0 + 5 = 5$.

   Les zéros de f sont $-\frac{5}{2}$ et $-\frac{1}{2}$ car $f(x) = 0 \Leftrightarrow 4x^2 + 12x + 5 = 0$

$$\Delta = 12^2 - 4 \cdot 4 \cdot 5 = 144 - 80 = 64$$

$$x = \frac{-12 \pm \sqrt{64}}{2 \cdot 4} = \frac{-12 \pm 8}{8} = \frac{-3 \pm 2}{2}$$

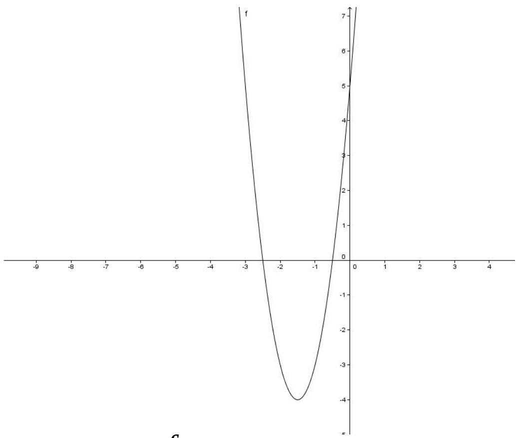
$$x_1 = \frac{-3-2}{2} = -\frac{5}{2} \quad \text{ou} \quad x_2 = \frac{-3+2}{2} = -\frac{1}{2}$$

   Le sommet de f est $\left(-\frac{3}{2}; -4\right)$ car $x_S = -\frac{12}{2 \cdot 4} = -\frac{3}{2}$ et

$$y_S = 4 \cdot \left(-\frac{3}{2}\right)^2 + 12 \cdot \left(-\frac{3}{2}\right) + 5 = 4 \cdot \frac{9}{4} - 18 + 5 = 9 - 13 = -4 \ .$$

   L'axe de symétrie de f est $x = -\frac{3}{2}$.

   c) Graphique 2,5 pts + axes



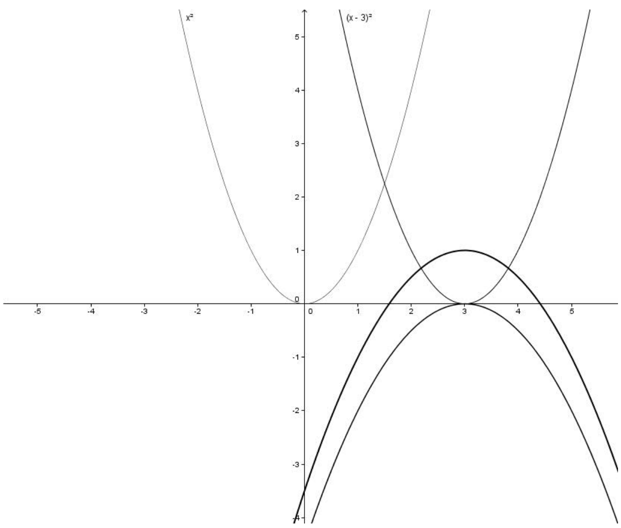
   d) $f(x) = 4 \cdot \left(x + \frac{3}{2}\right)^2 - 4$ est la forme canonique de f car

   $a = 4$, $\alpha = x_S = -\frac{3}{2}$ et $\beta = y_S = -4$.

2. a) On part de la parabole d'équation $y = x^2$.

$x \quad \rightarrow \quad (x-3)^2 \quad \rightarrow \quad -\frac{1}{2}(x-3)^2 \quad \rightarrow \quad -\frac{1}{2}(x-3)^2+1$

	translation horizontale de 3 vers la droite	modification de l'évasement (elle s'élargit) et symétrie axiale d'axe Ox	translation verticale de 1 vers le haut



b) Le sommet de f <u>est</u> $(3;1)$ car $\alpha = +3$ et $\beta = +1$.

c) $f(x) = -\frac{1}{2}(x-3)^2+1 = -\frac{1}{2}(x^2-6x+9)+1 = -\frac{1}{2}x^2+3x-\frac{9}{2}+1 = -\frac{1}{2}x^2+3x-\frac{7}{2}$

<u>est</u> la forme quadratique f .

3. a) Soit x le nombre de ceintures vendues.

Soit $C : x \mapsto 3x+26$ la fonction représentant les coûts <u>et</u> $R : x \mapsto 16x$ la fonction représentant les revenus.

Pour trouver le seuil de rentabilité il faut faire $C(x) = R(x)$.

Alors $3x+26 = 16x \quad \Leftrightarrow \quad 26 = 13x \quad \Leftrightarrow \quad x = 2$ <u>et</u> $R(2) = 16 \cdot 2 = 32$.

Ce commerçant doit vendre 2 ceintures par jour et cela lui rapporte 32 francs

b) Voir feuille annexe pour le graphique.

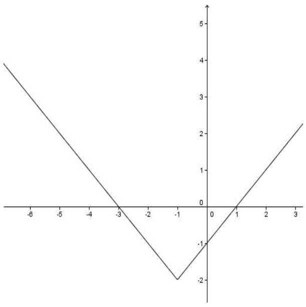
9 points

4. Un éleveur possède une clôture de 100 m de long.
   Il veut l'utiliser pour former un enclos rectangulaire dont un côté est fermé par un mur.

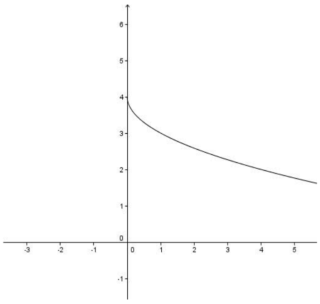
   Soit x la largeur de l'enclos et soit y sa longueur.
   On sait que $2x + y = 100$ et $Aire(x) = x \cdot y$.
   Alors $Aire(x) = x \cdot (100 - 2x) = -2x^2 + 100x$ (c'est une parabole).
   L'aire sera maximale si $x = x_{sommet} = -\frac{100}{2 \cdot (-2)} = 25 \ m$.
   D'où $Aire_{maximale} = -2 \cdot 25^2 + 100 \cdot 25 = -1250 + 2500 = 1250 \ m^2$

6 points

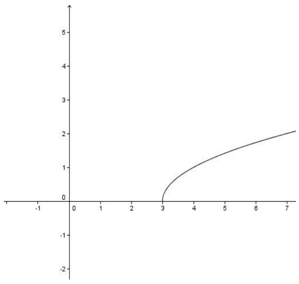
5. graphique a) graphique b) graphique c)



$h : x \mapsto |x+1| - 2$



$g : x \mapsto -\sqrt{x} + 4$



$f : x \mapsto \sqrt{x-3}$

3 points

Total : 44 points