A.N.A.E., 2013; 123; 000-000

Améliorer les compétences numériques

C. THEVENOT, S. MASSON

Université de Genève, FAPSE, Département de psychologie. Contact : Catherine Thevenot, FAPSE, University of Geneva, 40, bd du Pont d'Arve CH-1205 Geneva. Email : catherine.thevenot@unige.ch - Tél : 00 41 22 379 92 52

RÉSUMÉ : ***Améliorer les compétences numériques***
Entraîner les compétences numériques est un enjeu majeur dans le domaine de l'éducation. Il est possible d'entraîner les compétences logiques sous-tendant la construction du nombre, les procédures mathématiques ou les concepts qui les supportent. Il est également possible d'aiguiser les représentations mentales des nombres et les liens qu'elles entretiennent entre elles pour développer chez l'enfant le sens du nombre. Ces différentes méthodes d'entraînement sont présentées et discutées ici.
Mots clés : *Entraînement – Cognition numérique – Arithmétique – Mathématiques – Développement.*

SUMMARY: ***How to improve digital skills***
Numerical skill training is a central topic on an educational point of view. Training can address logical competencies that underpin numerical construction, mathematical procedures or numerical conceptual foundations. Training can also focus on numerical mental representations and their respective links in order to develop children's number sense. Those different training methods are presented and discussed here.
Key words: *Training – Numerical Cognition – Arithmetic – Mathematics – Development.*

RESUMEN: ***Mejorar las competencias numéricas***
El entrenamiento de las habilidades numéricas es fundamental desde un punto de vista educativo. Se pueden entrenar las capacidades lógicas que subyacen a la construcción numérica, los procedimientos matemáticos o los conceptos en los que se apoyan. El entrenamiento también puede aguzar las representaciones mentales numéricas y sus respectivas relaciones con el fin de desarrollar el sentido numérico en los niños. Diferentes métodos de entrenamiento son descritos y analizados aquí.
Palabras clave: *Entrenamiento – Cognición numérica – Aritmética – Matemáticas – Desarrollo.*

INTRODUCTION

Améliorer les compétences relatives aux apprentissages numériques est une préoccupation centrale des pouvoirs publics, des pédagogues et des chercheurs. En effet, dans les sociétés industrialisées et technologiquement avancées que sont les nôtres, le domaine des mathématiques est extrêmement valorisé. Cependant, les résultats du PISA 2009 (Programme international pour le suivi des élèves qui évalue la qualité et l'efficience des systèmes d'éducation dans quelque 70 pays), révèlent une baisse des performances en mathématiques des élèves français de seconde depuis les années 2000 (OCDE, 2011). Cette rétrogradation marque l'urgence à se pencher sur les moyens les plus fiables et les plus novateurs pour améliorer les compétences numériques des enfants.

Cependant, constater cette nécessité d'agir vite et bien ne nous donne en rien les méthodes pour y parvenir. Intuitivement, il est aisé de concevoir qu'un entraînement intensif améliore les compétences mathématiques. Mais si un enseignant a pour objectif de faire résoudre « sept + huit » à un enfant, doit-il faire apprendre directement le résultat « quinze » associé à cette opération ? N'est-il pas préférable d'insister sur des principes plus généraux de la définition et du concept de l'addition tels que « l'addition est un regroupement de deux ensembles d'objets pour aboutir à un ensemble unifié, sans que l'ordre de regroupement n'ait d'influence sur le résultat » ? Ne doit-il pas plutôt entraîner la représentation mentale des quantités « sept » et « huit » ou bien encore se focaliser sur la mise en correspondance entre ces quantités et leur représentation symbolique en chiffre arabe « 7 » et « 8 » ?

D'un point de vue plus théorique, ces questions trouvent leurs correspondances dans les débats plus ou moins actuels de la littérature. En effet, depuis le début des recherches sur l'amélioration des compétences numériques, on s'est interrogé sur la pertinence d'entraîner les procédures en elles-mêmes plutôt que les concepts qui les sous-tendent. Moins intuitivement, il a également été suggéré d'entraîner la représentation mentale de la grandeur des nombres, que nous nommerons « magnitude » par la suite, dans le but de consolider les bases sur lesquelles pourront se développer les représentations symboliques. Enfin, il a aussi été proposé de développer les compétences des enfants dans la manipulation des différents formats de représentation du nombre, par exemple entraîner le passage de la magnitude au symbole.

Dans cet article, nous verrons comment ces questions ont émergé et évolué au cours du développement des divers courants théoriques liés à l'acquisition des connaissances numériques.

LES TRAVAUX FONDATEURS

Piaget (1952) fut l'un des premiers à poser son attention au-delà des performances obtenues par les enfants dans les épreuves de mathématiques et à explorer les mécanismes sous-tendant la construction du nombre au cours du développement. Ses travaux l'ont conduit à concevoir le nombre comme le résultat de la maîtrise de deux opérations relevant de la logique : la sériation, qui renvoie aux aspects ordinaux des nombres et la classification, relative à la cardinalité. Selon cette théorie constructiviste, à force de manipuler des collections d'objets, l'enfant finirait par se rendre compte que le nombre est la seule propriété qui ne varie pas quand les objets changent de position ou de nature. Ce n'est qu'après 6-7 ans que la conservation du nombre serait définitivement comprise et intégrée. Il serait donc vain de vouloir apprendre les mathématiques aux enfants avant cet âge et seul un entraînement des compétences logiques pourrait améliorer l'acquisition du nombre.

Cette hypothèse a été testée par Clements (1984) qui a proposé à 3 groupes de 15 enfants âgés de 4 ans et demi, un entraînement de 3 séances de 25 à 30 minutes par semaine pendant 8 semaines. Le premier groupe « Logique » a été soumis à un entraînement composé de tâches relevant uniquement de la logique (classification et sériation), le deuxième groupe « Numérique » a réalisé un entraînement comportant des activités de type numérique (comptage) alors que le troisième groupe a tenu lieu de groupe contrôle (entraînements avec des activités verbales). Globalement, la comparaison des performances avant et après entraînement révèle un effet bénéfique des deux premiers types d'entraînement, comparé au groupe contrôle. Cependant, cet effet diffère selon la nature de l'entraînement suivi. Alors que l'entraînement de type numérique améliore à la fois les compétences des enfants dans les épreuves numériques et logiques, l'entraînement de type logique améliore uniquement les performances des enfants aux tâches de logique. L'amélioration des compétences numériques chez les enfants ne semble donc pas pouvoir uniquement résulter d'un entraînement de la logique. En fait, des entraînements directement axés sur les habiletés et les procédures liées aux nombres semblent être plus efficaces.

L'ENTRAÎNEMENT DIRECT DES PROCÉDURES

Les connaissances procédurales se définissent comme les habiletés à exécuter des actions de séquences pour résoudre un problème. Ces connaissances sont liées à un type particulier de tâche et ne sont pas facilement généralisables. Un domaine dans lequel les procédures ont largement été étudiées est le domaine de l'arithmétique car elles y sont facilement identifiables, observables et verbalisables. D'ailleurs, la question de la pertinence d'une pratique intensive des procédures arithmétiques est au centre des préoccupations des enseignants, notamment sur la nécessité d'apprendre par cœur des résultats d'opérations simples. En effet, la mémorisation des faits arithmétiques serait importante car une résolution de problèmes basée sur une telle récupération serait moins coûteuse cognitivement qu'une résolution par procédure de comptage.

Pour Ashcraft (1992) ce serait la répétition intensive qui permettrait de passer d'une résolution initiale par comptage tel que « 6 + 3 = 7, 8, 9 » à une récupération directe du résultat en mémoire à long terme : « je sais que 6 + 3 = 9 ». Les ressources cognitives ainsi libérées pourraient alors être attribuées au traitement d'autres composantes des problèmes mathématiques, d'où une meilleure efficacité. En 1921, Thorndike s'intéressait déjà au nombre de fois qu'un problème arithmétique particulier devait être étudié avant que l'élève puisse en avoir une connaissance solide. L'auteur notait que « 2 + 2 » apparaissait dans les manuels scolaires 226 fois à l'école primaire alors que « 9 + 3 » n'apparaissait que 40 fois. Thorndike spéculait que pour les problèmes les plus simples tels que « 2 x 5 » ou « 9 – 2 », 12 répétitions dans la semaine suivant le premier apprentissage complétées par 24 répétitions dans les 2 mois suivants et maintenues grâce à 30 répétitions bien réparties ultérieurement devraient être suffisantes. Bien entendu, ceci devrait varier avec les talents de l'enfant et les plus performants pourraient se contenter de 6 répétitions la première semaine puis de 12 dans les 2 mois suivis et enfin de 15 répétitions ultérieurement. À notre connaissance aucune étude ne s'est vraiment intéressée de manière plus expérimentale à la quantité de pratique nécessaire à la construction solide et durable d'un ensemble de faits arithmétiques en mémoire chez l'enfant. Ceci est probablement dû au fait qu'un suivi quotidien sur une période longue serait nécessaire pour tenter d'atteindre un tel but. De plus, une telle démarche d'observation et d'expérimentation, aussi coûteuse soit-elle, ne garantirait pas forcément de parvenir à des conclusions valides. Il faudrait en effet déterminer exactement la nature d'une connaissance arithmétique solide. En effet, des travaux récents montrent qu'au contraire de ce qui était admis dans la littérature, même les adultes les plus experts ne recouraient pas à un stock mémoriel pour résoudre les additions les plus simples telles que « 2 + 3 » mais continueraient à utiliser des procédures de comptage très rapides et automatisées souvent non accessibles à la conscience (Barrouillet & Thevenot, 2013 ; Fayol & Thevenot, 2012). Ceci dit, quelle que soit la nature de la connaissance entraînée lors d'une pratique intensive de résolution d'opérations, il n'empêche que les études effectuées chez l'adulte montrent clairement l'efficacité de tels programmes sur la vitesse et l'exactitude de résolution de calculs. Par exemple, Thevenot et Castel (2012), ont entraîné 26 étudiants à la résolution mentale d'additions à un chiffre sur une période de 6 jours à raison de 15 minutes par jour. La vitesse d'exécution des additions s'accélérait d'une session à l'autre et si les étudiants mettaient presque 3 secondes pour résoudre une addition simple en première session, au bout de 6 jours les temps de résolution étaient descendus en dessous de 2 secondes. Parallèlement, les étudiants étaient aussi entraînés à la résolution d'additions à 2 chiffres tels que « 24 + 41 ». De la même façon, il y avait une amélioration nette des performances d'une session à l'autre. Le résultat le plus intéressant de cette étude était que l'amélioration des performances était notable alors même que les additions à 2 chiffres différaient d'un jour à l'autre. En d'autres termes, l'entraînement des opérations simples couplé à l'entraînement des procédures de calcul permettait de transférer les apprentissages à un matériel nouveau. D'un point de vue plus pratique et éducationnel, ces conclusions montrent qu'une pratique intensive des opérations arithmétiques peut être considérée comme une bonne méthode d'apprentissage. Des effets à long terme de tels entraînements procéduraux restent à mettre en évidence et devront probablement être considérés en combinaison avec des entraînements plus conceptuels (Rittle-Johnson, Siegler & Alibali, 2001).

L'ENTRAÎNEMENT DES CONCEPTS

Au contraire des connaissances procédurales, les connaissances conceptuelles correspondent à la compréhension implicite ou explicite des principes qui gouvernent un domaine. Ces connaissances sont flexibles et non associées à un type de problèmes particulier, elles sont donc facilement généralisables.

Comme rappelé par Baroody (2003), Resnick et Ford (1981) notent que l'étude de la relation entre pratique des procédures et compréhension conceptuelle pour un développement optimal des capacités en mathématiques est l'une des plus grandes et anciennes questions des chercheurs et pédagogues. Dans le dernier quart du XIXe siècle, l'interrogation principale était de déterminer si l'enseignement le plus efficace devait se focaliser tout d'abord sur les concepts puis sur les habiletés ou si l'inverse était préférable. Les tenants de la théorie « habiletés en premier » (Briars & Siegler, 1984, par exemple) estimaient que la pratique des procédures de calcul permettait, à terme, d'extraire des régularités ou concepts arithmétiques, tels que la commutativité de l'addition et de la multiplication. Au contraire, les tenants de la théorie des « concepts en premier » (Briars & Larkin, 1984) proposent que ce sont les connaissances conceptuelles qui précèdent et guident la construction de procédures. Pour certains auteurs ces concepts seraient même innés. Ainsi, Gelman et Gallistel (1978), proposent la théorie « des principes en premier » selon laquelle des connaissances nécessaires à la maîtrise du dénombrement serait observable chez le jeune enfant. Par exemple, les enfants sauraient, selon le principe de cardinalité, que la dernière étiquette nommée lors du comptage d'une collection correspond au nombre total d'objets dans cette dernière. Dans ce cadre, il est concevable qu'un entrainement précoce de principes préexistants soit proposé.

Cependant, Rittle-Johnson *et al.*, (2001) suggèrent que déterminer si ce sont les procédures ou les concepts qu'il faut entraîner en premier n'est pas pertinent et que procédures et concepts se développent plutôt de manière itérative. En d'autres termes, lorsque un type de connaissances s'améliore, des améliorations s'observent sur l'autre type de connaissances, qui à leur tour impactent positivement les premières. Les auteurs ont testé et confirmé leur modèle dans le domaine des fractions en montrant que le développement des concepts liés aux décimales (par exemple le rôle du 0 pour la détermination de la magnitude des nombres décimaux) permettait le développement des procédures (par exemple le placement des nombres décimaux de façon ordonnée sur une ligne). En retour, la pratique des procédures améliorait bien la maîtrise des concepts chez des enfants de 11-12 ans.

Selon Carpenter (1986), l'expertise dans le domaine des mathématiques correspond précisément à la capacité de lier concepts et procédures. Travailler les concepts sans travailler les procédures conduirait nécessairement à la construction de connaissances trop abstraites et isolées sans lien avec la pratique. Au contraire, se focaliser sur l'entraînement des procédures sans enseigner les concepts sous-jacents conduirait à la construction de connaissances propres à chaque problème sans possibilité de généralisation. Établir des connexions permanentes entre concepts et procédures serait donc la meilleure façon de développer des connaissances flexibles et adaptatives chez l'enfant et l'apprenant (voir Baroody & Dowker, 2003 pour une revue).

L'ENTRAÎNEMENT DES REPRÉSENTATIONS NON SYMBOLIQUES

Une approche plus récente des apprentissages numériques consiste à s'intéresser aux représentations analogiques numériques et à aiguiser chez les individus leurs représentations de la magnitude des nombres. Dans le modèle du triple code de Dehaene (1992) sur lequel nous reviendrons, seule cette représentation numérique analogique contiendrait de l'information sémantique. En d'autres termes, seules les représentations non symboliques du nombre (par exemple une collection concrète de points telle que □□□□□) nous informeraient sur la magnitude du nombre représenté. Au contraire, cette information sémantique ne serait pas véhiculée par les symboles « 5 » ou « cinq ».

Il existe deux systèmes non symboliques distincts. Le premier est un système approximatif qui permet les comparaisons de grandes collections d'objets ou de points. Le second correspond à un système exact qui permet le *subitizing*, c'est-à-dire l'identification rapide et précise de petites collections inférieures à 4 (Feigenson, Dehaene & Spelke, 2004).

Les capacités du système approximatif s'affinent au cours du développement. En effet, plus les individus grandissent, plus ils sont capables de percevoir une différence entre deux collections de plus en plus proches. En effet, si à la naissance, les bébés sont capables de distinguer la plus grande collection d'objets seulement dans un rapport de 1:3, les adultes peuvent le faire dans un rapport allant jusqu'à 9:10 (par exemple « 90 vs 100 » ou bien « 180 vs 200 »). De manière très intéressante, il a été montré chez des adolescents de 14 ans que les capacités de discrimination non symboliques sont corrélées avec leurs résultats à des tests mathématiques obtenus les années précédentes (Halberda, Mazzocco & Feigenson, 2008). Cette relation étroite entre approximation non symbolique et capacités en mathématiques a été confirmée par Piazza *et al*. (2010) auprès d'enfants dyscalculiques. En effet, les performances de discrimination des enfants dyscalculiques entre 8 et 12 ans sont comparables aux capacités des enfants de 5 ans sans trouble du développement. Ces conclusions ont tout naturellement conduit les chercheurs à s'interroger sur la possibilité d'améliorer des compétences mathématiques à travers l'entraînement de compétences d'approximation non symboliques. Très récemment, Obersteiner, Reiss & Ufer (2013) ont en effet montré des effets positifs d'un entraînement du système approximatif sur la comparaison de nombres. Les auteurs ont également montré un effet positif des entraînements du système approximatif ainsi que du système exact sur les capacités en arithmétique. Cependant, il est à noter que certains chercheurs doutent de l'existence d'un lien aussi direct entre capacités non symboliques et capacités numériques complexes d'ordre symbolique (Szucs & Goswami, 2013). Ainsi l'ensemble de ces travaux méritera d'être répliqué avant d'envisager des applications pratiques d'ordre pédagogique. En fait, pour d'autres chercheurs, les entraînements portant sur les systèmes non symboliques ne pourraient être efficaces qu'en envisageant une mise en correspondance de ces codes non symboliques avec les codes symboliques.

L'ENTRAÎNEMENT DES CORRESPONDANCES ENTRE LES REPRÉSENTATIONS DU NOMBRE

Depuis 1992, Stanislas Dehaene a fait l'hypothèse de l'existence de trois types de codes qui seraient utilisés conjointement ou non pour représenter et manipuler les nombres en fonction de la tâche à réaliser. Chacune de ces trois représentations serait sous-tendue par des aires et des circuits cérébraux distincts pouvant souffrir d'atteintes spécifiques. La première représentation du nombre serait de type analogique et coderait la magnitude des nombres. C'est en ce sens qu'elle véhiculerait la sémantique du nombre aussi appelée sens du nombre. Ce code serait utilisé pour les calculs approximatifs ou les comparaisons de quantités. La deuxième représentation du nombre serait visuelle et associerait le nombre à son écriture en chiffres arabes. Ce système logographique visuo-spatial serait mobilisé lors de la résolution de problèmes complexes. Il permettrait par exemple de poser des opérations en colonnes ou de faire des soustractions. Enfin, la troisième représentation du nombre serait de type verbal comme /katr/ ou comme les comptines qui nous permettent de réciter par cœur les tables de multiplication. Selon Dehaene, le rôle de l'école ne devrait pas être seulement d'enseigner des procédures numériques mais d'apprendre à tisser des liens entre ces représentations non symboliques (i.e., analogiques) et symboliques (i.e., arabes et verbales) du nombre.

L'un des enjeux les plus importants du développement des capacités numériques serait de parvenir à greffer les représentations verbales des nombres sur leurs représentations non-verbales. En d'autres termes, les enfants devraient être capables d'associer la magnitude d'un nombre à sa représentation verbale. Un des éléments démontrant que cette correspondance n'est pas encore en place chez les enfants d'âge préscolaire est la dissociation entre le fait qu'ils soient capables de réciter la chaîne numérique mais incapables de dénombrer une collection (voir Fayol, 2012 pour une revue).

La représentation mentale de la magnitude des nombres a été particulièrement étudiée par Dehaene (1997) qui la décrit comme suivant universellement une fonction logarithmique codée sur une ligne mentale. Cette fonction logarithmique est caractérisée par le fait que la représentation de la distance entre les nombres au début de la ligne serait exagérée alors que cette distance irait en s'amenuisant au milieu et à la fin de ligne. Concrètement, dans une représentation logarithmique, la distance entre 1 et 75 est conçue comme bien plus grande que la distance entre 75 et 150 et même que la distance entre 75 et 1 000.

Une tâche utilisée afin de déterminer la fonction que suivent les représentations internes des individus est très simple. Il suffit de leur présenter une ligne dont les 2 extrémités ont été numériquement identifiées (0 à 1 000 par exemple) et de leur demander de positionner des nombres (7, 189, 75, 689, 52 par exemple) le long de la ligne à l'endroit qu'ils estiment correspondre à leur place objective sur le continuum. En utilisant cette tâche, Siegler et Booth (2004) ont pu montrer qu'au contraire de ce que pensait Dehaene, la ligne numérique mentale ne suit pas une fonction logarithmique tout au long du développement de l'individu. Au contraire, plus les enfants grandissent et sont soumis à un apprentissage formel des codes symboliques arabes ou verbaux, plus le tracé de la ligne deviendrait linéaire. Ainsi, le passage entre représentation logarithmique et linéaire se ferait entre la grande section de maternelle et le CE1 pour une ligne de 1 à 100 (Siegler & Booth, 2004) et entre le CE1 et la 6^{e} pour une ligne de 1 à 1 000 (Siegler & Opfer, 2003). De manière très intéressante, les profils des enfants en CP, plutôt logarithmiques ou linéaires, corrèlent non seulement avec leurs habiletés en arithmétique mais sont aussi prédicteurs de la qualité de leurs apprentissages arithmétiques futurs. En effet, les enfants qui possèdent déjà une représentation linéaire des nombres sont les enfants les plus performants en arithmétique (Booth & Siegler, 2008). De la même façon, il a été montré que les capacités d'estimation de position de nombres sur une ligne de 1 à 10 corrèlent positivement avec les habiletés de comptage, d'identification de chiffres et de comparaison de magnitude chez des enfants avant leur entrée à l'école (Ramani & Siegler, 2008). Geary, Hoard, Nugent et Byrd-Craven (2008) ont même montré que les enfants qui ont des difficultés d'apprentissage en mathématiques sont en retard par rapport aux enfants tout-venants quant à la précision de représentation des nombres sur leur ligne numérique mentale.

Booth et Siegler (2008) ont ensuite voulu évaluer l'impact d'un entraînement de positionnement de nombres le long d'une ligne numérique sur les acquisitions de nouveaux apprentissages arithmétiques. Dans un premier groupe, des enfants de 7 ans devaient observer un écran d'ordinateur sur lequel des nombres et leurs sommes étaient positionnés correctement sur une ligne de 1 à 100. D'autres enfants du même âge devaient placer eux-mêmes ces nombres sur la ligne. Dans une troisième condition, les enfants devaient d'abord placer eux-mêmes les nombres sur la ligne puis ensuite regarder l'ordinateur le faire. Enfin dans la condition contrôle, les enfants étaient simplement exposés aux problèmes arithmétiques, c'est-à-dire aux nombres et à leurs sommes, sans exercice ou observation liés à une ligne numérique visuelle. Les résultats montrent que les enfants profitent d'un apprentissage guidé par l'ordinateur. En effet, les enfants du premier groupe retenaient plus facilement les réponses des problèmes additifs appris que les enfants exposés aux autres conditions. En fait, l'apprentissage guidé par l'ordinateur était même plus efficace que dans la troisième condition dans laquelle l'observation du placement des nombres par l'ordinateur était précédée par le placement des nombres sur la ligne par l'enfant lui-même. Siegler et Booth (2008) concluent que leur étude conforte les conclusions de recherches antérieures qui avaient déjà montré que la pratique d'activités numériques qui encouragent la représentation mentale de la magnitude des nombres, telle que des jeux de plateaux ou des activités impliquant la manipulation de valeurs monétaires, améliore les performances en mathématiques d'enfants de CP de milieux plutôt défavorisés (Griffin, Case, & Siegler, 1994).

Des travaux encore plus récents d'entraînement de la ligne numérique mentale ont été menés auprès d'enfants souffrants de dyscalculie développementale. Kucian et ses collaborateurs (2011) ont développé l'outil *Rescue Calcularis* et l'ont soumis à 16 enfants dyscalculiques âgés de 8 à 10 ans à raison de 5 mn par jour, 5 jours par semaine pendant 5 semaines. L'entraînement consistait à placer des nombres, des résultats d'additions ou de soustractions ainsi que des collections de points sur une ligne numérique allant de 0 à 100. Afin de rendre l'entraînement plus attractif pour les enfants, les nombres, les problèmes ou les points étaient représentés sur une navette spatiale qui devait atterrir à la bonne place sur la ligne. Trois niveaux de jeux étaient créés et l'enfant ne pouvait accéder au niveau supérieur que lorsqu'un pourcentage de réussite satisfaisant était atteint au niveau inférieur. Les résultats montrent que les enfants dyscalculiques profitent positivement de cet entraînement en manifestant des habiletés aiguisées tant au niveau de la représentation spatiale des nombres sur la ligne numérique qu'au niveau de la résolution de problèmes arithmétiques. De plus, des enregistrements cérébraux ont permis de mettre en évidence une remédiation partielle des activations cérébrales déficientes chez les enfants dyscalculiques mais seulement après consolidation des nouvelles acquisitions, c'est-à-dire 5 semaines après la fin de l'entraînement. En France, des améliorations similaires mesurées grâce au test d'évaluation des compétences mathématiques Zareki-R (von Aster & Dellatolas, 2006) ont été rapportées par Villette et ses collaborateurs. Cette équipe de chercheurs a développé un outil nommé « l'Estimateur » qui consiste tout comme *Rescue Calcularis* à placer des nombres ou des approximations d'opérations arithmétiques sur une ligne numérique (Vilette, 2009 ; Vilette, Mawart & Rusinek (2010). De manière intéressante, les répercutions positives s'observent sur pratiquement toutes les composantes du Zareki-R (calcul exact, épreuves de calcul approximatif, additions/soustractions et résolution de problèmes arithmétiques) à l'exception de la répétition de chiffres.

Ainsi, encourager les activités liées au placement des nombres sur une ligne mentale permettrait un affinement et une plus grande précision des représentations de la magnitude des nombres. L'efficacité de tels entraînements s'explique aussi dans un cadre théorique qui considère que les difficultés en mathématiques rencontrées par les enfants et les adultes sont le résultat d'un déficit de codage de la numérosité. La théorie du « module du nombre » développée par Butterworth (1999) propose en effet l'existence d'un module inné qui représente des ensembles et leurs propriétés abstraites telles que leurs exactes numérosités. Un trouble dans le développement de ce module aurait pour conséquence une difficulté à accéder au sens du nombre à partir des symboles (Rousselle & Noel, 2007), d'où la nécessité de baser des programmes de remédiation sur l'entraînement de ce lien.

Cependant, il est possible d'aller plus loin dans l'établissement de correspondances entre les différentes représentations du nombre en associant entre eux les 3 types de codes décrits dans le modèle de Dehaene : verbaux, arabes et analogiques. Dans cet objectif, un programme d'entraînement appelé « la course aux nombres »[1] a été élaboré par l'équipe de ce chercheur (Wilson, Revkin, Cohen, Cohen & Dehaene, 2006). Dans ce programme présentant des exercices à la difficulté grandissante, les nombres sont effectivement présentés sous toutes leurs formes : en chiffres arabes, énoncés oralement, sous formes de mots écrits ou bien visualisés sous forme de quantités. Dans un univers ludique, l'enfant joue à une course contre l'ordinateur. Il doit tout d'abord choisir le plus grand nombre parmi deux qui lui sont présentés et une fois son choix effectué, l'enfant a confirmation de la pertinence de son choix. Il doit ensuite faire progresser sur une piste du type jeu de l'oie son personnage d'autant de cases que le nombre sélectionné. L'ordinateur fait de même pour son personnage. Le premier de l'enfant ou de l'ordinateur à franchir le bout du parcours a gagné. Cet exercice encourage le traitement de la quantité et la transformation de la représentation symbolique d'un nombre en sa représentation quantitative et montre à l'enfant la manière dont les nombres peuvent être représentés sur une structure du type d'une « ligne numérique », organisant ainsi les nombres dans l'espace. Il a été rapporté qu'une utilisation de ce logiciel 30 minutes par jour, 4 jours par semaine pendant 5 semaines a amélioré les performances de 9 enfants de 7 à 9 ans présentant des troubles de l'apprentissage des mathématiques dans des tâches de cognition numérique basique, notamment dans la perception et la comparaison des petits nombres, ainsi qu'en arithmétique simple. L'efficacité de ce programme d'entraînement a également été confirmée chez des enfants plus jeunes (Wilson, Dehaene, Dubois & Fayol, 2009). D'autres travaux sont actuellement en cours pour mieux préciser les effets bénéfiques d'un tel entraînement et en observer la pérennité.

CONCLUSION

Améliorer les compétences numériques chez les enfants est donc possible. Tous les courants théoriques s'accordent en effet à démontrer l'intérêt d'un entraînement dès lors qu'on ne le limite pas uniquement aux dimensions logiques sous-tendant la construction du nombre. Nous avons vu que l'amélioration des compétences numériques peut être obtenue en faisant travailler l'enfant à différents niveaux.

Il est possible d'observer des améliorations des compétences lorsqu'un effort soutenu est produit au niveau des procédures qui sous-tendent l'utilisation du nombre. S'entraîner « à faire » en répétant des actions de séquences facilite les compétences numériques. Mais comprendre « pourquoi on est en train de faire » est aussi important. Un entraînement u niveau des concepts qui sous-tendent les compétences numériques est effectivement lui aussi bénéfique. Au-delà des procédures et des concepts, des courants plus récents soulignent l'intérêt de travailler au niveau du nombre et des codes symboliques et non symboliques qui le constitue. Comprendre que /katr/, 4,••••, quatre, « avant 5 et après 3 », « 2 x 2 » sont autant de moyens de représenter le nombre 4 semble primordial. Beaucoup de travaux portant sur les représentations du nombre soulignent la corrélation entre l'habilité à ces tâches avec les performances en compétences arithmétiques ultérieures. La capacité de passer aisément d'une représentation du nombre à une autre semble particulièrement bénéfique elle aussi et peut s'améliorer avec un entraînement.

Il serait bien entendu vain d'opposer ces différentes méthodes car, comme bien souvent, l'intérêt et la richesse des savoirs proviennent de la multitude des possibilités proposées. L'enseignant a donc plusieurs niveaux d'intervention possibles. Depuis le développement du parc informatique dans les écoles, il devient possible d'accéder à ces nouveaux outils prometteurs. Cependant, ces différents entraînements sont particulièrement chronophages et pas toujours compatibles avec un travail collectif. Un effort reste donc à fournir pour passer de ces pistes de recherche aux salles de classe.

[1] Ce programme d'entraînement destiné aux enfants jusqu'à 4 ans est téléchargeable gratuitement en ligne à l'adresse suivante : http://www.lacourseauxnombres.com. Un autre programme est disponible pour les enfants de 5 à 10 ans : http://www.attrape-nombres.com

RÉFÉRENCES

ASHCRAFT, M. H. (1992). Cognitive arithmetic: A review of data and theory. *Cognition*, *44*, pp. 75-106.

BAROODY, A. J. (2003). The development of adaptive expertise and flexibility: The integration of conceptual and procedural knowledge. In A. J. Baroody, & A. Dowker (Eds.), *The development of arithmetic concepts and skills: Constructing adaptive expertise* (pp. 1-33). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

BAROODY, A. J. & DOWKER, A. (2003). *The development of arithmetic concepts and skills: Constructing adaptive expertise*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

BARROUILLET, P. & THEVENOT, C. (2013). On the problem size effect in small additions: Can we really discard any counting-based account? *Cognition*, *128*, pp. 35-44.

BOOTH, J. L. & SIEGLER, R. S. (2008). Numerical magnitude representations influence arithmetic learning. *Child Development*, *79*, pp. 1016-31.

BRIARS, D.J. & LARKIN J.H. (1984). An integrated model of skill on solving elementary word problems. *Cognition and Instruction*, *1*, pp. 245-296.

BRIARS, D. & SIEGLER, R. S. (1984). A featural analysis of preschoolers' counting knowledge. *Developmental Psychology*, *20*, pp. 607-618.

BUTTERWORTH, B. (1999), *The Mathematical Brain*. London, UK: Macmillan.

CARPENTER, T. P. (1986). Conceptual knowledge as a foundation for procedural knowledge: Implication from research on the initial learning of arithmetic. In J. Hiebert (Ed.), *Conceptual procedural knowledge: The case of mathematics* (pp. 113-132). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

CLEMENTS, D. H. (1984). Training effect on the Development and Generalization of Piagetian Logical Operations and Knowledge of Number. *Journal of Educationnal Psychology*, *76*, pp. 766-776.

DEHAENE, S. (1992). Varieties of numerical abilities. *Cognition*, *44*, pp. 1-42.

DEHAENE, S. (1997). *La Bosse des maths*. Paris : Odile Jacob.

FAYOL, M. (2012). *L'Acquisition du nombre*, Paris : PUF.

FAYOL, M. & THEVENOT, C. (2012). The use of procedural knowledge in simple addition and subtraction problems. *Cognition*, *123*, pp. 392-403.

FEIGENSON, L., DEHAENE, S. & SPELKE, E. (2004). Core systems of number. Trends in *Cognitive Sciences*, *8*, pp. 307-314.

GEARY, D. C., HOARD, M. K., NUGENT, L. & BYRD-CRAVEN, J. (2008). Development of number line representations in children with mathematical learning disability. *Developmental Neuropsychology*, *33*, pp. 277-299.

GELMAN, R. & GALLISTEL, C. R. (1978). *The child's understanding of number.* Cambridge, MA: Harvard University Press.

GRIFFIN, S. A., CASE, R. & SIEGLER, R. S. (1994). Rightstart: Providing the central conceptual prerequisites for first formal learning of arithmetic to students at risk for school failure. In K. McGilly (Ed.), *Classroom lessons: Integrating cognitive theory and classroom practice*. Cambridge: MIT Press.

KUCIAN, K., GROND, U., ROTZER, S., HENZI, B., SCHÖNMANN, C., PLANGGER, F., GÄLLI, M., MARTIN, E. & VON ASTER, M. (2011). Mental number line training in children with developmental dyscalculia, *Neuroimage*, *57*, pp. 782-795.

HALBERDA, J., MAZZOCCO, M. & FEIGENSON, L. (2008). Individual differences in non-verbal number acuity correlate with maths achievement. *Nature*, *455*, pp. 665-669.

OBERSTEINER, A., REISS, K. & UFER, S. (2013). How training on exact or approximate mental representations of number can enhance first grade students' basic number processing and arithmetic skills. *Learning and Instruction*, *23*, pp. 125-135.

OCDE (2011). Résultats du PISA 2009. Les clés de la réussite des établissements d'enseignement : ressources, politiques et pratiques (Volume VI), PISA. Éditions OCDE.

PIAGET, J. (1952). *La Genèse du nombre*. Paris : Delachaux et Niestlé.

PIAZZA, M., FACOETTI, A., TRUSSARDI, A. N., BERTELETTI, I., CONTE, S., LUCANGELI, D., DEHAENE, S. & ZORZI, M. (2010). Developmental trajectory of number acuity reveals a severe impairment in developmental dyscalculia. *Cognition*, *116*, pp. 33-41.

RAMANI, G. B. & SIEGLER, R. S. (2008). Promoting broad and stable improvements in low-income children's numerical knowledge through playing number board games. *Child Development*, *79*, pp. 375-394.

RESNICK, L. B. & FORD, W. W. (1981). *The psychology of mathematics for instruction*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

RITTLE-JOHNSON, B., SIEGLER, R. S. & ALIBALI. M. W. (2001). Developing conceptual understanding and procedural skill in mathematics: An iterative process. *Journal of Educational Psychology*, *93*, pp. 346-362.

ROUSSELLE, L. & NOËL, M-P. (2007). Basic numerical skills in children with mathematics learning disabilities: A comparison of symbolic vs. non-symbolic number magnitude processing. *Cognition*, *102*, pp. 361-395.

SIEGLER, R.S. & BOOTH, J.L. (2004). Development of numerical estimation in young children. *Child Development*, *75*, pp. 428-444.

SIEGLER, R.S. & OPFER, J. E. (2003). The development of numerical estimation: evidence for multiple representations of numerical quantity. *Psychological Science*, *14*, pp. 237-43.

SZŰCS D. & GOSWAMI, U. (2013), Developmental Dyscalculia: Fresh Perspectives, Trends in *Neuroscience and Education*. *2*, pp. 33-37.

THEVENOT, C. & CASTEL, C. (2012). Relationship and transfer between mental and written arithmetic. *Journal of Cognitive Psychology*, *24*, pp. 286-294.

THORNDIKE, E.L. (1921). The psychology of drill in arithmetic: the amount of practice. *The Journal of Educational Psychology*, *12*, pp. 183-194.

VILETTE, B. (2009). L'Estimateur : un programme informatique de remédiation des troubles du calcul. *A.N.A.E.*, *102*, pp. 165–170.

VILETTE, B., MAWART, C. & RUSINEK, S. (2010). L'outil « Estimateur », la ligne numérique mentale et les habiletés arithmétiques. *Pratiques psychologiques*, *16*, pp. 203-214.

VON ASTER, E. R, M. & DELLATOLAS, G. (2006). Zareki-R – Batterie pour l'évaluation du traitement des nombres et du calcul chez l'enfant. Paris : ECPA.

WILSON, A. J., DEHAENE S., DUBOIS, O. & FAYOL, M. (2009). Effects of an adaptive game intervention on accessing number sense in low-socioeconomic-status kindergarten children. *Mind, Brain and Education*, *3*, pp. 224-234.