



Epreuve semestrielle regroupée

Discipline : Mathématiques

Semestre : 1er

Date : 21 décembre 2020

Durée de l'épreuve : 100'

Nombre de pages de l'énoncé
(y compris la page d'en-tête): 3

Cours (libellé complet)	Nombre d'élèves	Maître correcteur
1MA1.DF01	21	J. FILGUEIRAS
1MA1.DF02	21	S. MOODY
1MA1.DF03	23	S. MOODY
1MA1.DF04	22	R. NAGY GAUXACHS
1MA1.DF05	22	S. EZAHR
1MA1.DF06	23	M. WEISS
1MA1.DF07	24	S. FLEISCHMANN
1MA1.DF08	21	M. SCHIESS
1MA1.DF09	24	C. SCRUCCA
1MA2.DF01	21	S. FLEISCHMANN
1MA2.DF02	20	C. SCRUCCA
1MA2.DF03	21	S. EZAHR
1MA2.DF04	20	R. NAGY GAUXACHS

Documents autorisés : aucun

Nom, Prénom du candidat :

Groupe :

Total : / 65 points

Informations aux élèves :

• **Recommandations générales :**

- Sur la première page des feuilles d'épreuves, veuillez vous limiter aux informations administratives, à savoir votre nom, la date et le nom du maître de la discipline, et commencer l'épreuve proprement dite à la page suivante.
- Notez ensuite votre nom en haut de chaque page et numérotez-la.
- N'oubliez pas de rendre l'énoncé avec votre travail à la fin de l'épreuve.

• **Recommandations particulières à la discipline :**

- Le travail doit être propre et bien présenté. Il sera réalisé sur les feuilles quadrillées distribuées au début de l'épreuve. Aucune réponse ne doit figurer sur l'énoncé.
- Toutes les réponses doivent être justifiées, au moins par des calculs. Les réponses du type « un nombre » ou « oui/non » ne suffisent pas.

Exercice 1 (7 points)

Développer et réduire les expressions suivantes :

a) $(2x + y)(4x^2 + y^2)(2x - y)$ (3 pts)

b) $2(3x - 4)^2 - 5(-3x + 7) - (3 + 2x)(2 - x)$ (4 pts)

Exercice 2 (10 points)

Factoriser au maximum les expressions suivantes :

a) $(5x - 3)^2 + 2(3 - 5x)(x - 2)$ (3 pts)

b) $(3x - 4)^2 - (2x - 5)^2$ (3 pts)

c) $6x^2 + 5x - 4$ (4 pts)

Exercice 3 (14 points)

Résoudre les équations suivantes :

a) $1 - 2\left(x - \frac{1}{3}\right) = 2 - \frac{1 - x}{3}$ (3 pts)

b) $(3 - x)(x^2 + x + 2)(x^2 - 2) = 0$ (4 pts)

c) $-3x^2 - 2x + 1 = 0$ (3 pts)

d) $2x(x^2 + 6x) = 14x$ (4 pts)

Exercice 4 (16 points)

Résoudre les inéquations suivantes :

a) $5 - 2(x - 2) \leq 3(x + 4)$ (4 pts)

b) $-2(7 - 2x)(x - 2)^2 \geq 0$ (6 pts)

c) $2x^3 > 8x$ (6 pts)

Exercice 5 (11 points)

Résoudre chacun des problèmes ci-dessous en posant et en résolvant une équation (faire un croquis pour le premier problème) :

- a) Une société possède un petit terrain rectangulaire et décide d'acheter un grand terrain rectangulaire avec une surface double à celle du petit terrain. La longueur du grand terrain est de 55 m, celle du petit terrain est de 15 m et la largeur du grand terrain est inférieure de 6 m à celle du petit terrain. Quelle est la largeur du grand terrain ? (5 pts)
- b) Le triple du produit de deux nombres entiers naturels consécutifs donne 168. Déterminer ces deux nombres. (6 pts)

Exercice 6 (7 points)

Résoudre le système d'équations suivant par triangulation :

$$\begin{cases} -4x - y - z = 3 \\ -3x + 3y + 4z = 1 \\ 2x + 5y + 4z = 8 \end{cases} \quad (7 \text{ pts})$$

FIN DE L'EPREUVE

CORRIGE DE L'EPREUVE SEMESTRIELLE DU 21.12.20

Ex1

a) $(2x+y)(4x^2+y^2)(2x-y) = (4x^2+y^2)(2x+y)(2x-y)$
(3pt) $= (4x^2+y^2)(4x^2-y^2) = 16x^4 - y^4$

b) $2(3x-4)^2 - 5(-3x+7) - (3+2x)(2-x)$
(4pt) $= 2(9x^2 - 24x + 16) + (15x - 35) - (6 - 3x + 4x - 2x^2)$
 $= 18x^2 - 48x + 32 + 15x - 35 - 6 + 3x - 4x + 2x^2$
 $= 20x^2 - 34x - 9$

Ex2

a) $(5x-3)^2 + 2(3-5x)(x-2) = (5x-3)^2 - 2(5x-3)(x-2)$
(3pt) $= (5x-3)[(5x-3) - 2(x-2)] = (5x-3)(3x+1)$

b) $(3x-4)^2 - (2x-5)^2 = [(3x-4) + (2x-5)] \cdot [(3x-4) - (2x-5)]$
(3pt) $= (5x-9)(x+1)$

c) $6x^2 + 5x - 4 = 6(x + \frac{5}{6})(x - \frac{1}{2}) = (3x+4)(2x-1)$
(4pt)

$$\left[\begin{array}{l} \Delta = 5^2 - 4 \cdot 6 \cdot (-4) = 25 + 96 = 121 \\ x_{1,2} = \frac{-5 \pm \sqrt{121}}{2 \cdot 6} = \frac{-5 \pm 11}{12} = \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{2} \\ -\frac{4}{3} \end{array} \right. \end{array} \right]$$

Ex 3

$$a) 1 - 2\left(x - \frac{1}{3}\right) = 2 - \frac{1-x}{3}$$

$$(3pt) 3 - 2(3x - 1) = 6 - (1-x)$$

$$3 - 6x + 2 = 5 + x$$

$$-7x = 0$$

$$x = 0$$

$$\Rightarrow S = \{0\}$$

$$b) (3-x)(x^2+x+2)(x^2-2) = 0$$

$$(4pt) (3-x)(x^2+x+2)(x+\sqrt{2})(x-\sqrt{2}) = 0$$

$$\begin{cases} 3-x=0 \Leftrightarrow x=3 \\ x+\sqrt{2}=0 \Leftrightarrow x=-\sqrt{2} \\ x-\sqrt{2}=0 \Leftrightarrow x=\sqrt{2} \\ x^2+x+2=0 \Leftrightarrow \text{impossible } [\Delta=-7 < 0] \end{cases}$$

$$\Rightarrow S = \{-\sqrt{2}; 3; \sqrt{2}\}$$

$$c) -3x^2 - 2x + 1 = 0$$

$$(3pt) \Delta = (-2)^2 - 4(-3)1 = 16$$

$$x_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{16}}{2(-3)} = \frac{2 \pm 4}{-6} = \begin{cases} -1 \\ \frac{1}{3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow S = \left\{-1; \frac{1}{3}\right\}$$

$$d) 2x(x^2+6x) = 14x$$

$$(4pt) 2x(x^2+6x-7) = 0$$

$$2x(x+7)(x-1) = 0$$

$$\begin{cases} 2x=0 \Leftrightarrow x=0 \\ x+7=0 \Leftrightarrow x=-7 \\ x-1=0 \Leftrightarrow x=1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow S = \{-7; 0; 1\}$$

Ex 4

a) $5 - 2(x-2) \leq 3(x+4)$

(4pt) $5 - 2x + 4 \leq 3x + 12$

$-5x \leq 3$

$x \geq -\frac{3}{5}$

$\Rightarrow S = [-\frac{3}{5}; +\infty[$

b) $-2(7-2x)(x-2)^2 \geq 0$

(6pt)

x	$-\infty$	2	$\frac{7}{2}$	$+\infty$	
-2	-	-	-	-	
7-2x	+	+	0	-	
$(x-2)^2$	+	0	+	+	
P(x)	-	0	-	0	+

$\Rightarrow S = \{2\} \cup [\frac{7}{2}; +\infty[$

c) $2x^3 > 8x$

(6pt) $2x^3 - 8x > 0$

$2x(x^2 - 4) > 0$

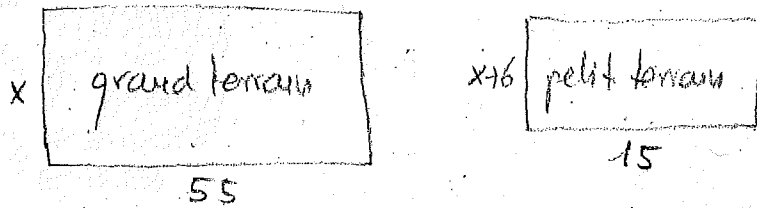
$2x(x+2)(x-2) > 0$

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$		
2x	-	-	0	+	+		
x+2	-	0	+	+	+		
x-2	-	-	-	0	+		
P(x)	-	0	+	0	-	0	+

$\Rightarrow S =]-2; 0[\cup]2; +\infty[$

Ex 5

- a) 1. x : largeur grand terrain ; $x+6$: largeur petit terrain
(5pt)



2. $55 \cdot x = 2 \cdot 15 \cdot (x+6)$

3. $55x = 30(x+6)$

$$55x = 30x + 180$$

$$25x = 180$$

$$x = \frac{180}{25} = \frac{36}{5} = 7,2$$

4. La largeur du grand terrain est de 7,2 m

- b) 1. x : premier nombre ; $x+1$: deuxième nombre

(6pt) 2. $3 \cdot x \cdot (x+1) = 168$

3. $3x(x+1) = 168$

$$x(x+1) = 56$$

$$x^2 + x - 56 = 0$$

$$(x+8)(x-7) = 0$$

$$\begin{cases} x = 8 \\ x = 7 \end{cases}$$

4. les deux nombres sont 7 et 8

Ex 6

$$\begin{array}{l} (7pt) \\ \left\{ \begin{array}{l} -4x - y - z = 3 \\ -3x + 3y + 4z = 1 \\ 2x + 5y + 4z = 8 \end{array} \right. \left| \begin{array}{l} 4 \\ 1 \\ 1 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} -4x - y - z = 3 \\ -19x - y = 13 \\ -14x + y = 20 \end{array} \right. \left| \begin{array}{l} \\ 1 \\ 1 \end{array} \right. \end{array}$$

$$\Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} -4x - y - z = 3 \\ -19x - y = 13 \\ -33x = 33 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} 4 - y - z = 3 \\ -19 - y = 13 \\ x = -1 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} -2 - z = 3 \\ y = 6 \\ x = -1 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} z = -5 \\ y = 6 \\ x = -1 \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow S = \{(-1; 6; -5)\}$$