

Exercices d'entraînement et de préparation au test d'admission  
Document disponible sur le site internet du collège pour adultes Alice-Rivaz

# Mathématiques

entrée en 1<sup>e</sup> année

---

## Quelques références bibliographiques :

- 1) "*Mathématiques 9<sup>e</sup> SLM*", DIP, Etat de Genève, 1994.  
Ancien manuel de mathématiques du Cycle d'orientation, cet ouvrage de 390 pages (corrigé compris) est disponible en téléchargement sur le site internet du Copad au même emplacement que le présent document.
- 2) La collection "*Fundamentum de mathématique*" de la Commission Romande de Mathématique (CRM), en particulier :  
"*Notions élémentaires*", Monographie 27, 1<sup>e</sup> édition, 2005, Éditions G d'Encre.
- 3) "*Formulaires et tables Mathématiques, Physique, Chimie*", Editions G d'Encre Collectif, Commissions romandes de Mathématiques, de Physique et de Chimie.

---

**Matériel autorisé :** Formulaires et tables de la Commission romande de Mathématiques (c.f. 3<sup>e</sup> référence bibliographique ci-dessus).  
Sans annotations ajoutées.  
Calculatrice personnelle non-programmable et non-communicante.

## Remarques :

- N'oubliez pas d'indiquer vos étapes de calcul dans toutes les questions pour lesquelles une réponse immédiate n'est pas évidente.
- Ce « test d'entraînement » vous donne une idée du niveau d'exigence des questions susceptibles d'être posées dans le test d'admission en 1<sup>e</sup> année.  
Cela vous prendra probablement plusieurs heures, mais vous devriez être capable de le faire entièrement. Toutefois, le test d'admission, qui ne dure, quant à lui « que » 105 minutes, sera bien entendu plus court.

**Question 1 :**

Calculez dans l'ensemble des nombres réels  $\mathbb{R}$  sans utiliser de machine à calculer et répondez sous forme d'un nombre entier ou d'une fraction irréductible :

$$1. \quad \sqrt[3]{\frac{1}{18}} \cdot \sqrt[3]{-\frac{2}{3}}$$

$$2. \quad \frac{b}{a - \frac{b^2}{a}} \quad \text{si } a = \frac{3}{2} \text{ et } b = -0,25$$

$$3. \quad x - (-x)^2 \quad \text{si } x = -5$$

**Question 2 :**

Calculez et réduisez les expressions suivantes :

$$1. \quad (b-3a)^2 - (3a-b) \cdot (b+3a)$$

$$2. \quad (x+2y) \cdot (x^2 + 4xy + 4y^2) - (x-2y) \cdot (x^2 + 2xy + 4y^2)$$

$$3. \quad (m-3) \cdot (m+3) + (m-4) \cdot (m-3)$$

**Question 3 :**

Factorisez au maximum si cela est possible, sinon écrivez "factorisation impossible".

$$1. \quad x^2 + 1$$

$$2. \quad x^4 - 7x^2 - 18 =$$

$$3. \quad xy^4 - \frac{1}{8}x^4y$$

$$4. \quad 4x^2 \cdot (4x+1)^2 - 2x^3 \cdot (4x+1)$$

$$5. \quad -50x^3 - 40x^2 - 8x$$

$$6. \quad 8x^3 - 12x^2 + 6x - 1$$

7.  $6x^2 - 11x + 3$

8.  $8x^3 - 12x^2 - 2x + 3$

9.  $(x-2)^3 - (x-2)$

10.  $9x^2 + 15x - 14$

11.  $2x^2 + 5x + 4$

12.  $x^3 + 9x^2 + 27x + 27$

13.  $x^6 - 9x^3 + 8$

14.  $x^3 + 7x^2 + 14x + 8$

15.  $x^2 + 2x - 1$

**Question 4 :**

Résolvez les équations suivantes et donnez l'ensemble  $S$  des solutions :

1.  $8 + 3 \cdot (4x - 5) = 9x - (7 - 3x)$

2.  $2x \cdot (x - 1) \cdot (2x + 3) = 0$

3.  $x^3 + 3x = 3x^2 + 1$

4.  $x^2 - 3x - 18 = 9 - x^2$

5.  $\frac{2x-7}{3} - \frac{1+x}{6} = x - \frac{-x+10}{5}$

6.  $10x = 3x^3 - x^2$

**Question 5 :**

Résolvez le système d'équation suivant :

$$\begin{cases} -2x + 3y = 2 \\ 6x + y = -6 \end{cases}$$

**Question 6 :**

Transformez les problèmes suivants en équations, puis répondez à la question posée :

1. Un enfant va cueillir des pommes. Il sait qu'il doit en donner le tiers à un ami et le quart du reste à son frère.  
Combien doit-il en cueillir s'il veut conserver 12 pommes pour lui-même ?
2. Il y a 6 ans Pierre avait 4 fois l'âge de Julie.  
Dans 4 ans Pierre aura 2 fois l'âge de Julie.  
Quels sont leurs âges actuels ?

**Question 7 :**

Calculez la hauteur d'un cylindre de révolution dont le rayon mesure 3 cm et dont le volume est de  $2826 \text{ cm}^3$  ?  
Répondez au millimètre près.

**Question 8 :**

Une droite  $d$  passe par les points  $A = \langle -3 ; -10 \rangle$  et  $B = \langle 5 ; 6 \rangle$ .

1. Calculez la pente de cette droite.
2. Calculez l'ordonnée à l'origine de cette droite.
3. Donnez l'équation de cette droite.
4. Quelle est la fonction dont le graphe est la droite  $d$  ?
5. Trouvez l'équation de la droite  $d'$  qui est parallèle à  $d$  et qui passe par le point  $C = \langle 3 ; 1 \rangle$ .

**Question 9 :**

Soit la fonction  $f : x \rightarrow -x^2 + 7x - 10$  de  $\mathbb{R}$  dans  $\mathbb{R}$

1. Calculez les points d'intersection du graphe de  $f$  avec l'axe horizontal (axe des abscisses). Répondez sous forme de couples de nombres.
2. Quel est le point d'intersection du graphe de  $f$  avec l'axe vertical (axe des ordonnées) ? Répondez par un couple de nombres.
3. Calculez les coordonnées du sommet du graphe de  $f$ .
4. Calculez l'image de  $-4$  par  $f$ .
5. Calculez les préimages éventuelles de  $-4$  par  $f$ .
6. Représentez  $f$  graphiquement en tenant compte des résultats que vous avez obtenus dans les questions précédentes.

**Question 10 :**

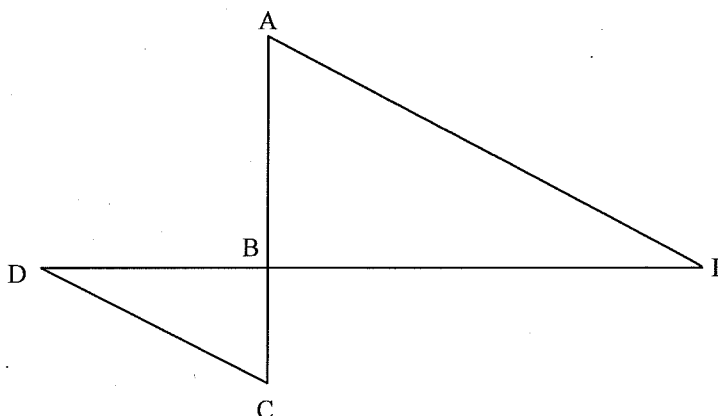
$$AE \parallel CD$$

$$AC \perp DE$$

$$\overline{BC} = 3 \text{ cm}$$

$$\overline{BD} = 4 \text{ cm}$$

$$\overline{BE} = 10 \text{ cm}$$



1. Montrez que les triangles  $ABE$  et  $BCD$  sont semblables.
2. Calculez  $\overline{AB}$  et  $\overline{AE}$ .
3. Calculez les angles du triangle  $ABE$ . Arrondissez à deux chiffres après la virgule.

**Question 11 :**

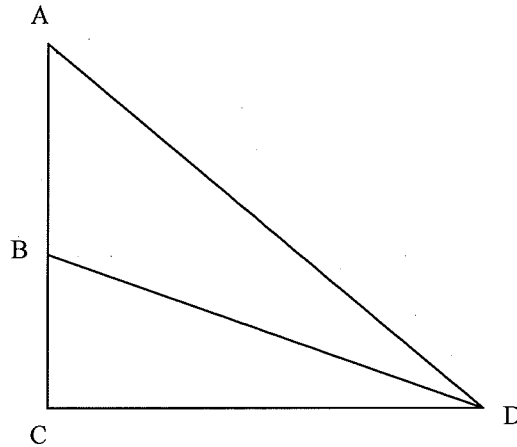
L'angle entre les segments

$AD$  et  $BD$  vaut  $20^\circ$ .

$$\overline{BC} = 2 \text{ m}$$

$$\overline{CD} = 8 \text{ m}$$

$$AC \perp CD$$



1. Calculez la valeur de l'angle formé par  $BD$  et  $CD$ . Arrondissez à deux chiffres après la virgule.
2. Calculez  $\overline{AB}$ . Arrondissez à deux chiffres après la virgule.

---

**FIN DES EXERCICES D'ENTRAINEMENT**

Correction

①

Question 1

$$1) \sqrt[3]{\frac{1}{18} \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)} = \sqrt[3]{-\frac{1}{27}} = -\frac{1}{3}$$

$$2) \frac{-\frac{1}{4}}{\frac{3}{2} - \frac{\left(-\frac{1}{4}\right)^2}{\frac{2}{2}}} = \frac{-\frac{1}{4}}{\frac{3}{2} - \frac{1}{16} \cdot \frac{2}{3}} = \frac{-\frac{1}{4}}{\frac{3}{2} - \frac{1}{24}}$$

$$= \frac{-\frac{1}{4}}{\frac{35}{24}} = \left(-\frac{1}{4}\right) \cdot \frac{24}{35} = -\frac{6}{35}$$

$$3) (-5) - (+5)^2 = -5 - 25 = -30$$

Question 2

$$1) (b^2 - 6ab + 9a^2) - (9a^2 - b^2) = \\ b^2 - 6ab + 9a^2 - 9a^2 + b^2 = \\ 2b^2 - 6ab$$

$$2) (x^3 + 6x^2y + 12xy^2 + 8y^3) - (x^3 - 8y^3) = \\ x^3 + 6x^2y + 12xy^2 + 8y^3 - x^3 + 8y^3 = \\ 6x^2y + 12xy^2 + 16y^3$$

$$3) (m^2 - 9) + (m^2 - 7m + 12) = \\ 2m^2 - 7m + 3$$

Question

②

1) impossible

$$2) (x^2 - 9) \cdot (x^2 + 2) = (x+3)(x-3) \cdot (x^2 + 2)$$

$$3) xy \cdot \left(y^3 - \frac{1}{8}x^3\right) = xy \cdot \left(y - \frac{1}{2}x\right) \cdot \left(y^2 + \frac{1}{2}xy + \frac{1}{4}x^2\right)$$

$$4) (4x+1) \cdot 2x \cdot (2x \cdot (4x+1) - x^2) =$$

$$2x(4x+1)(8x^2 + 2x - x^2) =$$

$$2x(4x+1)(7x^2 + 2x) =$$

$$2x(4x+1)x(7x+2) =$$

$$2x^2(4x+1)(7x+2)$$

$$5) -2x \cdot (25x^2 + 20x + 4) = -2x(5x+2)^2$$

$$6) (2x-1)^3$$

$$7) \Delta = 121 - 72 = 49$$

$$x_{1,2} = \frac{11 \pm 7}{12} < \begin{matrix} = \frac{3}{2} \\ = \frac{1}{3} \end{matrix}$$

$$6x^2 - 11x + 3 = 6 \cdot \left(x - \frac{3}{2}\right) \cdot \left(x - \frac{1}{3}\right) \\ = 2 \cdot \left(x - \frac{3}{2}\right) \cdot 3 \cdot \left(x - \frac{1}{3}\right) \\ = (2x-3) \cdot (3x-1)$$

$$8) (8x^3 - 12x^2) - (2x-3) =$$

$$4x^2(2x-3) - (2x-3) =$$

$$(2x-3)(4x^2-1) =$$

$$(2x-3)(2x+1)(2x-1)$$

3

$$8) (x-2) \cdot [(x-2)^2 - 1] =$$

$$(x-2) \cdot (x-2+1)(x-2-1) =$$

$$(x-2) \cdot (x-1) \cdot (x-3)$$

$$10) (3x+7)(3x-2)$$

11) Impossible car  $\Delta < 0$

$$12) (x+3)^3$$

$$13) (x^3-1)(x^3-8) =$$

$$(x-1)(x^2+x+1) \cdot (x-2)(x^2+2x+4)$$

$$14) (x^3+8) + (7x^2+14x) =$$

$$(x+2)(x^2-2x+4) + 7x(x+2) =$$

$$(x+2)(x^2-2x+4+7x) =$$

$$(x+2)(x^2+5x+4) =$$

$$(x+2)(x+1)(x+4)$$

$$15) \Delta = 4+4 = 8$$

$$x_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{8}}{2} = \frac{-2 \pm 2\sqrt{2}}{2} = \frac{2 \cdot (-1 \pm \sqrt{2})}{2}$$

$$x_1 = -1 + \sqrt{2} \quad \text{et} \quad x_2 = -1 - \sqrt{2}$$

$$x^2 + 2x - 1 = 1 \cdot (x+1-\sqrt{2})(x+1+\sqrt{2})$$

$$= (x+1-\sqrt{2}) \cdot (x+1+\sqrt{2})$$

### Question 4

4

$$1) 8 + 12x - 15 = 9x - 7 + 3x \iff$$

$$12x - 7 = 12x - 7 \iff 0x = 0$$

Donc  $S = \mathbb{R}$

$$2) 2x = 0 \text{ ou } x-1 = 0 \text{ ou } 2x+3 = 0 \iff$$

$$x=0 \text{ ou } x=1 \text{ ou } x = -\frac{3}{2}$$

Donc  $S = \{0; 1; -\frac{3}{2}\}$

$$3) x^3 - 3x^2 + 3x - 1 = 0 \iff (x-1)^3 = 0$$

$$\iff x-1 = 0 \iff x=1$$

Donc  $S = \{1\}$

$$4) 2x^2 - 3x - 27 = 0 \quad \Delta = 225$$

$$\iff x = \frac{3 \pm 15}{4}$$

$$\iff x = \frac{9}{2} \text{ ou } x = -3$$

Donc  $S = \{\frac{9}{2}; -3\}$

$$5) 10 \cdot (2x-7) - 5 \cdot (1+x) = 30x - 6(-x+10) \iff$$

$$20x - 70 - 5 - 5x = 30x + 6x - 60 \iff$$

$$15x - 75 = 36x - 60 \iff$$

$$-21x = 15 \iff$$

$$x = -\frac{5}{7}$$

Donc  $S = \{-\frac{5}{7}\}$



5

6)  $3x^3 - x^2 - 10x = 0$

$\Leftrightarrow x(3x^2 - x - 10) = 0$

$\Leftrightarrow x = 0$  ou  $3x^2 - x - 10 = 0$   $\Delta = 121$

$\Leftrightarrow x = 0$  ou  $x = \frac{1 \pm 11}{6}$

$\Leftrightarrow x = 0$  ou  $x = 2$  ou  $x = -\frac{5}{3}$

Donc  $S = \{0; 2; -\frac{5}{3}\}$

Exercices

$-2x + 3y = 2$

$-18x - 3y = 18$

$-20x = 20$  donc  $x = -1$

$6x + y = -6 \Leftrightarrow y = -6x - 6$

donc  $y = (-6) \cdot (-1) - 6 = 0$

Réponse  $x = -1$  et  $y = 0$

ou  $S = \{-1; 0\}$

Exercices

1) Soit  $x$  le nombre de pommes qu'il doit cueillir.

Il donne  $\frac{1}{3}x$  à un ami.

Il lui reste  $\frac{2}{3}x$  pommes.

Il donne  $\frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3}x$  pommes à son frère

6

$\frac{1}{3}x : \frac{1}{6}x + 12 = x \Leftrightarrow$

$2x + x + 72 = 6x \Leftrightarrow -3x = -72 \Leftrightarrow x = 24$

Rép.: Il doit en cueillir 24.

2) Soit  $x$  l'âge actuel de Julie

Soit  $y$  l'âge actuel de Pierre

$$\begin{cases} y-6 = 4 \cdot (x-6) \\ y+4 = 2 \cdot (x+4) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y-6 = 4x-24 \\ y+4 = 2x+8 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$\begin{cases} y = 4x-18 \\ y = 2x+4 \end{cases}$

donc  $4x-18 = 2x+4 \Leftrightarrow$

$2x = 22 \Leftrightarrow x = 11$

$y = 2x+4 = 2 \cdot 11+4 = 22+4 = 26$

Rép.: Pierre a 26 ans et Julie 11 ans.

Question 7

$V = \pi \cdot r^2 \cdot h$

donc  $h = \frac{V}{\pi \cdot r^2} = \frac{2826}{\pi \cdot 3^2} = \frac{2826}{9\pi} \approx 99,95$

Réponse: la hauteur mesure 1 mètre

### Question 8

7

1) pente =  $\frac{6 - (-10)}{5 - (-3)} = \frac{16}{8} = 2$

2) Soit  $f(x) = ax + b$  la fonction dont le graphe est la droite d.

$$f(x) = 2x + b \quad f(5) = 6 \Leftrightarrow 2 \cdot 5 + b = 6$$

$$\Leftrightarrow b = -4$$

f'ordonnée à l'origine est -4.

3)  $y = 2x - 4$

4)  $f: x \rightarrow 2x - 4$  de  $\mathbb{R}$  dans  $\mathbb{R}$

5) pente de  $d' = 2$

$$\text{Equation de } d': y = 2x + b'$$

$$1 = 2 \cdot 3 + b' \quad \text{donc } b' = -5$$

$$\text{Réponse } y = 2x - 5$$

### Question 9

1)  $-x^2 + 7x - 10 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 7x + 10 = 0 \Leftrightarrow$

$$(x-5) \cdot (x-2) = 0 \Leftrightarrow x = 5 \text{ ou } x = 2$$

Rép.:  $\langle 5; 0 \rangle$  et  $\langle 2; 0 \rangle$

2)  $f(6) = -10$  donc  $\langle 0; -10 \rangle$

8

3)  $-\frac{b}{2a} - \frac{7}{-2} = \frac{7}{2}$

$$f\left(\frac{7}{2}\right) = -\left(\frac{7}{2}\right)^2 + 7 \cdot \frac{7}{2} - 10 = -\frac{49}{4} + \frac{49}{2} - 10 = \frac{9}{4}$$

le sommet est  $\left(\frac{7}{2}; \frac{9}{4}\right)$

4)  $f(-4) = -(-4)^2 + 7 \cdot (-4) - 10 = -16 - 28 - 10 = -5$

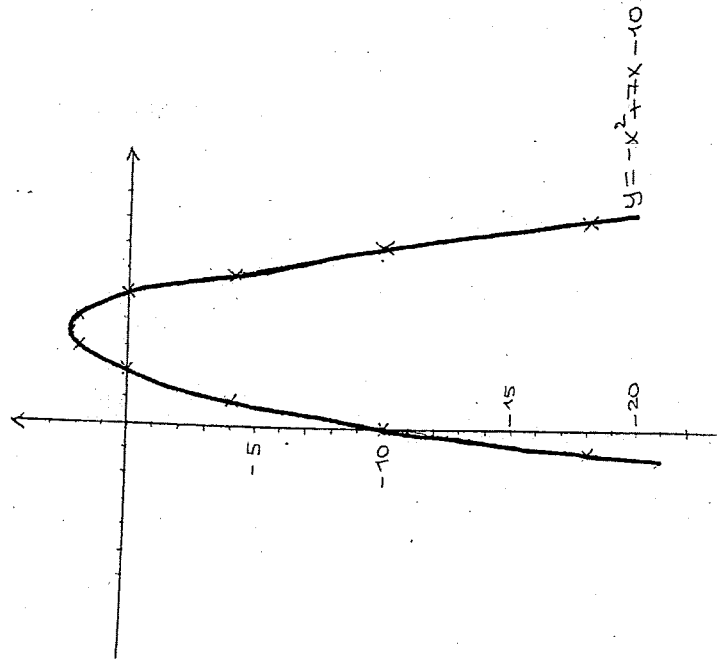
5)  $f(x) = -4 \Leftrightarrow -x^2 + 7x - 10 = -4 \Leftrightarrow$

$$x^2 - 7x + 6 = 0 \Leftrightarrow (x-1)(x-6) = 0 \Leftrightarrow$$

$$x = 1 \text{ ou } x = 6$$

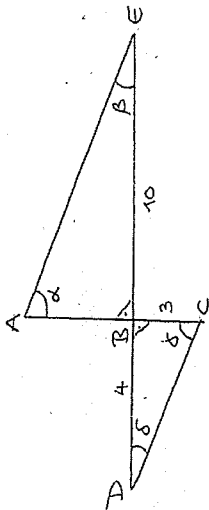
les préimages de -4 sont 1 et 6

6)



Question 10

9



- 1)  $\delta = \beta$  angles alternés - internes  
 $\alpha = \gamma$  idem  
 donc les triangles sont semblables

2) Thalès :  $\frac{AB}{BC} = \frac{AE}{DE}$

$$\frac{AB}{3} = \frac{10}{4} \Leftrightarrow AB = \frac{30}{4} = 7,5$$

Pythagore :  $AE^2 = AB^2 + BE^2$

$$AE^2 = 7,5^2 + 10^2 = 156,25$$

$$AE = \sqrt{156,25} = 12,5$$

Réponses :  $AB = 7,5$  cm et  $AE = 12,5$  cm

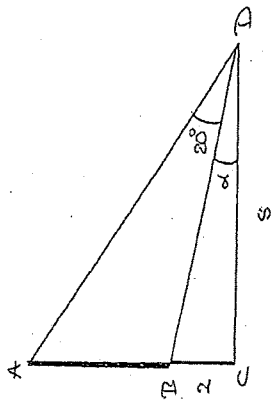
3)  $\sin(\alpha) = \frac{10}{12,5} = 0,8$

$$\alpha = \arcsin(0,8) \approx 53,13^\circ$$

$$\beta = 90^\circ - 53,13^\circ = 36,87^\circ$$

Question

10



1)  $\text{tg}(\alpha) = \frac{2}{8} = 0,25$

$$\alpha = \arcsin(0,25) \approx 14,04^\circ$$

2)  $\text{tg}(\alpha + 20) = \frac{AC}{8} \Leftrightarrow AC = 8 \cdot \text{tg}(\alpha + 20)$

$$AC \approx 5,40$$

$$AB = 5,40 - 2 = 3,4 \text{ m}$$