

Collège Sismondi
Sujets de l'épreuve orale de maturité de mathématiques
4^e année niveau avancé
Session de juin

Document adopté en séance le 30.08.22

ANALYSE 3^e

1. Énoncé et démonstration de $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{x} = 1$.
2. Énoncé et démonstration du théorème concernant les asymptotes obliques pour le cas des fonctions rationnelles.
3. Définition de la dérivée et interprétation géométrique.
4. Énoncés et démonstrations des relations entre dérivabilité et continuité.
5. Énoncé et démonstration du théorème concernant la dérivée du produit de fonctions.
6. Énoncé et démonstration du théorème concernant la dérivée de l'inverse d'une fonction.
7. Énoncé et démonstration du théorème concernant la dérivée du quotient de fonctions.
8. Énoncé et démonstration du théorème concernant la dérivée de la fonction x^α pour $\alpha \in \mathbb{N}$.
9. Énoncé et démonstration du théorème concernant la dérivée de la fonction x^α pour $\alpha \in \mathbb{Z}$.
10. Énoncé et démonstration du théorème concernant la dérivée de la fonction x^α pour $\alpha \in \mathbb{Q}$.
11. Énoncé et démonstration de la dérivée de la fonction sinus.
12. Énoncé et démonstration de la dérivée de la fonction cosinus.
13. Énoncé et démonstration de la dérivée de la fonction tangente.
14. Énoncé et démonstration du théorème sur les extremums locaux.
15. Énoncé et démonstration du théorème des accroissements finis.
16. Énoncés et démonstrations des relations entre croissance de f et signe de f' .

ANALYSE 4^e

1. Énoncé et démonstration du théorème donnant la relation entre toutes les primitives d'une fonction.
2. Énoncé et démonstration du théorème de la moyenne.
3. Énoncé et démonstration du théorème fondamental de l'analyse.
4. Énoncé et démonstration du théorème de Newton - Leibniz.
5. Étude de la fonction logarithme sans son comportement asymptotique.
6. Démontrer les propriétés suivantes de la fonction logarithme :
 - 1) $\ln(xy) = \ln(x) + \ln(y)$ pour $x, y \in \mathbb{R}_+^*$
 - 2) $\ln(x^\alpha) = \alpha \ln(x)$ pour $x \in \mathbb{R}_+^*$ et $\alpha \in \mathbb{Q}$

GÉOMÉTRIE VECTORIELLE ET ANALYTIQUE 3^e

1. Énoncé et démonstration de la proposition concernant le calcul de la projection orthogonale d'un vecteur sur un autre vecteur dans \mathbb{R}^3 .
2. Énoncé et démonstration de la proposition concernant la distance entre un point et un plan de \mathbb{R}^3 .
3. Établir le cas général d'une équation cartésienne d'un plan dans \mathbb{R}^3 .
4. Sujet libre (par exemple : établir le lien entre les différentes expressions du produit scalaire).

ALGÈBRE LINÉAIRE 4^e

1. Énoncé et démonstration des propriétés du déterminant d'une matrice carrée 2x2.

$$\det(A \cdot B) = \det(A) \cdot \det(B) \quad , \quad \det(k \cdot A) = k^2 \cdot \det(A) \quad , \quad \text{etc.}$$

2. Énoncé et démonstration d'une méthode matricielle permettant la résolution d'un système d'équations linéaires (règle de Cramer ou inverse d'une matrice).
3. Énoncé et démonstration du théorème établissant l'unicité de l'écriture d'un vecteur dans une base.
4. Énoncé et démonstration concernant l'obtention de la matrice associée à une application linéaire f dans la base canonique (cas 2x2).

PROBABILITÉS 4^e

1. Énoncé et démonstration concernant les permutations, arrangements et combinaisons.
2. Énoncé et démonstration de la propriété : $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.
3. Énoncé et démonstration du théorème de Bayes pour le cas $n = 2$.

SUITES ET SERIES 3^e

1. Suites arithmétiques : Énoncé et démonstration de la formule calculant la n^{e} somme partielle d'une suite arithmétique.
2. Suites géométriques : Énoncé et démonstration de la formule calculant la n^{e} somme partielle d'une suite géométrique.
3. Critères de convergence : Énoncé et démonstration du critère du quotient (de d'Alembert).
4. Critères de convergence : Énoncé et démonstration du critère de la racine (de Cauchy).

NOMBRES COMPLEXES 3^e

1. Forme trigonométrique d'un nombre complexe : Énoncé et démonstration du théorème concernant les propriétés des arguments et modules de produits ou de divisions de nombres complexes.
2. Forme exponentielle d'un nombre complexe : Énoncé et démonstration de la formule d'Euler. Relations d'Euler.

Remarques

1. L'enseignant choisit :

- 14 des 16 sujets d'analyse de 3^e
- 5 des 6 sujets d'analyse de 4^e
- 3 des 4 sujets de géométrie vectorielle et analytique de 3^e
- 4 des 7 sujets d'algèbre linéaire et de probabilités
- 4 des 6 sujets sur les suites et séries et nombres complexes

2. L'exercice à résoudre à l'examen oral portera sur le contenu de toute la 3^e et 4^e année.

3. La liste ci-dessus est une liste de sujets et non de questions.

Les questions d'oral seront composées d'un ou plusieurs sujets.