MA1 - CH05 - Activité 15_2

lundi 4 mai 2020 11:07

Résoudre les systèmes suivants :

a. $\begin{cases} y = -3x - 4 & (1) \\ y = 2x + 3 & (2) \end{cases}$

→ Résolution par comparaison

$-3x - 4 = 2x + 3 \iff$

$-3x - 2x = 3 + 4 \iff$

$-5x = 7 \iff$

$x = -\frac{7}{5}$

On remplace x dans une des équations (au choix) et on calcule y :

$y = -3.\left(-\frac{7}{5}\right) - 4 \iff$

$y = \frac{21}{5} - 4 \iff$

$y = \frac{21}{5} - \frac{20}{5} \iff$

$y = \frac{1}{5}$

$S = \left\{\left(-\frac{7}{5} ; \frac{1}{5}\right)\right\}$

Vérification : $-3.\left(-\frac{7}{5}\right) - 4 = \frac{21}{5} - 4 = \frac{21}{5} - \frac{20}{5} = \frac{1}{5} = y$ ✓

$2.\left(-\frac{7}{5}\right) + 3 = -\frac{14}{5} + 3 = -\frac{14}{5} + \frac{15}{5} = \frac{1}{5} = y$ ✓

b. $\begin{cases} 3x + 3y = 9 & (1) \\ 9x - 3y = 6 & (2) \end{cases}$

→ Résolution par combinaison linéaire

On va éliminer la variable y, pour cela on additionne (1) et (2)

$3x + 3y + 9x - 3y = 9 + 6 \iff$

$12x = 15 \iff$

$x = \frac{15}{12} \iff$

$x = \frac{5}{4}$

On remplace x par $\frac{5}{4}$ dans une des équations (au choix) pour trouver y

Dans (1) : $3.\left(\frac{5}{4}\right) + 3y = 9 \iff$

$\frac{15}{4} + 3y = 9 \iff$

$3y = 9 - \frac{15}{4} \iff$

$3y = \frac{36}{4} - \frac{15}{4} \iff$

$3y = \frac{21}{4} \iff$

$y = \frac{21}{4.3}$

$y = \frac{7}{4}$

$S = \left\{\left(\frac{5}{4} ; \frac{7}{4}\right)\right\}$

Vérification : $3.\frac{5}{4} + 3.\frac{7}{4} = \frac{15}{4} + \frac{21}{4} = \frac{36}{4} = 9$ ✓

$9.\frac{5}{4} - 3.\frac{7}{4} = \frac{45}{4} - \frac{21}{4} = \frac{24}{4} = 6$ ✓

choix arbitraire de supprimer x

c. $\begin{cases} 2x + 3y = 2 \\ 5x - 7y = 1 \end{cases}$ $\cdot 5$ $\cdot(-2)$ → Résolution par combinaison linéaire

$\begin{cases} 5(2x+3y) = 5 \cdot 2 \\ (-2)(5x-7y) = (-2) \cdot 1 \end{cases} \Leftrightarrow$

$\begin{cases} 10x + 15y = 10 \quad (a) \\ -10x + 14y = -2 \quad (b) \end{cases} \Leftrightarrow$

(a) + (b) : $10x + 15y - 10x + 14y = 10 - 2$

$29y = 8 \Leftrightarrow$

$y = \frac{8}{29}$

On remplace y par $\frac{8}{29}$ dans une des équations initiales (au choix) et on calcul x :

$2x + 3 \cdot \frac{8}{29} = 2$

$\frac{58x + 24}{29} = \frac{2 \cdot 29}{29} \Leftrightarrow$

$58x + 24 = 58 \Leftrightarrow$

$58x = 58 - 24 \Leftrightarrow$

$58x = 34 \Leftrightarrow$

$x = \frac{34}{58} \Leftrightarrow$

$x = \frac{17}{29}$

Donc $S = \left\{ \left(\frac{17}{29} ; \frac{8}{29} \right) \right\}$

Vérification : $2 \cdot \frac{17}{29} + 3 \cdot \frac{8}{29} = \frac{34}{29} + \frac{24}{29} = \frac{58}{29} = 2$ ✓

$5 \cdot \frac{17}{29} - 7 \cdot \frac{8}{29} = \frac{85}{29} - \frac{56}{29} = \frac{24}{29} = 1$ ✓

d. $\begin{cases} y = -3x - 4 \quad (a) \\ 2x + 4y = 3 \quad (b) \end{cases}$ → Résolution par substitution

on remplace y par $-3x-4$ dans (b) :

$2x + 4(-3x - 4) = 3 \Leftrightarrow$

$2x - 12x - 16 = 3 \Leftrightarrow$

$-10x = 3 + 16 \Leftrightarrow$

$x = \frac{19}{-10}$

On remplace x par $\frac{19}{-10}$ dans (a) :

$y = -3 \cdot \left(\frac{19}{-10} \right) - 4 \Leftrightarrow$

$y = \frac{57}{10} - \frac{40}{10}$

$y = \frac{17}{10}$

$S = \left\{ \left(-\frac{19}{10} ; \frac{17}{10} \right) \right\}$

Vérification : $2 \cdot \left(\frac{-19}{10} \right) + 4 \cdot \left(\frac{17}{10} \right) = \frac{-38}{10} + \frac{68}{10} = \frac{30}{10} = 3$ ✓

(a) déjà vérifié