

Algèbre (calcul littéral et équations du second degré) Classeur BS : 1- Arithmétique - Algèbre

Exercice 1 : Réduire si possible les expressions littérales suivantes.

1) $\frac{1}{4}x + \frac{1}{2}x =$

6) $x - \frac{2}{5}x =$

2) $a + a + a + b + b =$

7) $a + a + a^2 + a^2 + a^2 =$

3) $4a + 2b + 3b - a =$

8) $2a + 3a^2 + 4a + 5a^2 =$

4) $2a + 3b + 4c =$

9) $a + 2a^2 + 3a^3 =$

5) $10xy + 5x^2y - 3xy =$

10) $8z^3 - z^3 =$

Exercice 2 : Réduire si possible les expressions littérales suivantes.

1) $a \cdot a =$

6) $a \cdot a \cdot a =$

2) $x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot 2x =$

7) $x^2 \cdot x^4 =$

3) $a^3 \cdot a^3 =$

8) $z \cdot z^4 =$

4) $x^2 \cdot x^3 \cdot x^4 =$

9) $\frac{1}{4} \cdot \frac{3}{5}b =$

5) $2 \cdot 3x =$

10) $4 \cdot 7y =$

Exercice 3 : Réduire si possible les expressions littérales suivantes.

1) $4a \cdot 5a =$

7) $(-6y) \cdot (-2y) =$

2) $5x \cdot 7y =$

8) $\frac{2}{3x} \cdot \frac{x}{2} =$

3) $\frac{x}{2} \cdot \frac{x}{3} =$

9) $a \cdot \frac{1}{4a} =$

4) $3a \cdot (-5a) =$

10) $\frac{1}{2}x \cdot \frac{3}{2}x^2 =$

6) $\frac{x}{10} \cdot \frac{x}{5} =$

Exercice 4 : Réduire si possible les expressions littérales suivantes.

1) $\frac{x \cdot x^3 \cdot x^7}{x^8 \cdot x^{-2}} =$

5) $\frac{30xz^3}{49y^3} =$

2) $\frac{x^3 \cdot x^4}{x^5} =$

6) $\frac{a + a + a}{a^3} =$

3) $\frac{-15xy}{-50xz^2} =$

7) $\frac{-81a^6b^7}{18ab^4} =$

4) $\frac{a^5 \cdot a^2}{(a^5)^2} =$

8) $\frac{-8t^2u}{-28u^3} =$

Exercice 5 : Réduire les expressions littérales suivantes.

1) $7t \cdot (2t - 5) - (5t)^2 + \sqrt{64t^2} =$

2) $2y \cdot (-3y + 4x^2y) - (2x^2 - 3) \cdot y^2 =$

Exercice 6 : Elaborer une expression littérale.

Dans une soute à bagage, il y a 32 valises, parmi lesquelles certaines pèsent 7 kilos, d'autres 10 kilos et les restantes 15 kilos.

Il y a deux fois plus de valises de 7 kilos que de 10 kilos.

En notant x le nombre de valises de 10 kilos, écrire par une **formule réduite** :

a) Le nombre de valises de 7 kilos :

b) Le nombre de valises de 15 kilos :

c) Le poids des valises de 10 kilos :

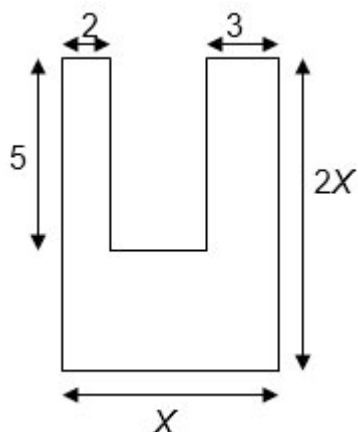
d) Le poids des valises de 7 kilos :

e) Le poids des valises de 15 kilos :

f) Le poids total des valises :

.....

Exercice 7 : *Elaborer une expression littérale.*



1) Exprimer le périmètre de la figure par une formule réduite.

2) Exprimer l'aire de la figure par une formule réduite.

3) Calculer l'aire de la figure si x vaut 9 cm.

Exercice 8 : *Développer et réduire les expressions littérales suivantes.*

1) $3(x + 2) =$

2) $(2x^2 + x) \cdot 6 =$

3) $\frac{1}{2}(6 - 18a) =$

4) $2x(x - 9) =$

5) $3b^2(b - 1) =$

6) $7ab^2(2a - 5ab) =$

7) $x^2(1 - x) =$

8) $3z(13z^3 - 2z^2 + x) =$

Exercice 9 : Développer et réduire les expressions littérales suivantes.

1) $(x+2)(3x-1) =$

2) $(a-5)(b+7) =$

3) $(2x^2+6)(y-8) =$

4) $(x+1)(x+1) =$

5) $(x^2+x+1)(x+1) =$

6) $(10a-0,1ab)(100b-10a) =$

Exercice 10 : Factoriser à l'aide de la mise en évidence.

1) $3x+15 =$

2) $8a+12b-24c =$

3) $100x+40y =$

4) $2a+2b+2c =$

5) $15x-20y+25z^2 =$

6) $42x^2-70 =$

Exercice 11 : Factoriser à l'aide de la mise en évidence.

1) $a^2+2a =$

2) $6x+9y =$

3) $80x^4-60x^3+40x^2 =$

4) $12u^6+21u^4 =$

5) $48x^{11}-72x^7 =$

6) $5x^2y^3-10x^4y+15x^3y^2 =$

Exercice 12 : Développer et réduire les expressions suivantes.

1) $(x+6)^2 =$

2) $(2x+3)^2 =$

3) $(x+y)^2 =$

4) $(5x+y)^2 =$

Exercice 13 : Développer et réduire les expressions suivantes.

1) $(x-7)^2 =$

2) $(3x-5)^2 =$

3) $(x-y)^2 =$

4) $(8x-2y)^2 =$

Exercice 14 : Développer et réduire les expressions suivantes.

1) $(x+6)(x-6) =$

2) $(4x-9)(4x+9) =$

3) $(5x-2y)(5x+2y) =$

4) $(x-y)(x+y) =$

1. Identités remarquables

1^{ère} identité remarquable : $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

2^{ème} identité remarquable : $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

3^{ème} identité remarquable : $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

Exercice 15: Développer en utilisation les identités remarquables.

1) $(2c + b)^2 =$

2) $(3a + 5y)^2 =$

3) $(3x - 2y)^2 =$

4) $\left(10 - \frac{a}{10}\right)^2 =$

5) $(4c - x)(4c + x) =$

6) $\left(6a + \frac{2}{3}\right)^2 =$

7) $\left(\frac{3}{7}a^2 - \frac{5}{2}\right)\left(\frac{3}{7}a^2 + \frac{5}{2}\right) =$

Exercice 16: Compléter.

1) $(x + \dots)^2 = \dots + \dots + 25$

2) $\left(\frac{1}{4}x + \dots\right)^2 = \dots + x + \dots$

3) $(\dots - 2a)^2 = \dots - 12a + \dots$

4) $(\dots + \dots)^2 = 4a^2 + \dots + 16$

5) $(\dots + \dots)^2 = 25x^2 + 20x + \dots$

6) $(x - \dots)(x + \dots) = \dots - 5$

Exercice 17: Associer les expressions factorisées et développées équivalentes.

$(5x - 7)(5x + 7)$	☐
$(5x - 7)^2$	☐
$(7x + 5)(7x - 5)$	☐
$(5 + 7x)^2$	☐

☐	$25 + 70x + 49x^2$
☐	$25x^2 - 49$
☐	$49x^2 - 25$
☐	$25x^2 - 70x + 49$

Exercice 18 : Factoriser les expressions suivantes.

1) $9x^2 + 42xy + 49y^2 =$

2) $64b^2 - 121 =$

3) $-4xy + 4y^2 + x^2 =$

4) $25a^2b - 50ab^2 + 30a^2b^2 =$

5) $4x^8 - 20x^4y + 25y^2 =$

6) $16a^4 - 1 =$

7) $16x^8 + 81y^4 - 72x^4y^2 =$

Exercice 19 : Réduire les expressions suivantes.

1) $\left(-\frac{2}{5}x\right) \cdot \left(-\frac{1}{6}x^4\right) =$

2) $(-500x^2)^3 =$

3) $\left(+\frac{5}{8}x^2\right) \cdot \left(-\frac{4}{15}x^3\right) =$

4) $x - \frac{1}{4}x - \frac{2}{3}x =$

5) $-\frac{3a^2bx^6}{6a^3b^3x^3} =$

Exercice 20 : Factoriser à l'aide de la mise en évidence.

1) $4a^3 - 7a^2 + 3a =$

2) $15a^4 - 5a =$

3) $12a^4 - 24a^4b =$

4) $7a^2b - 14ab^2 + 21a^3b^3 =$

5) $0,4y^4 - 0,2y^3 + 0,6xy^5 =$

2. Formule de Viète

La formule de Viète permet de factoriser les expressions du second degré de la forme $ax^2 + bx + c$ et ainsi de résoudre les équations du second degré de la forme $ax^2 + bx + c = 0$

On calcule le discriminant de l'équation $\Delta = b^2 - 4ac$

Trois cas de figure possibles :

Si $\Delta > 0$, il y a deux solutions : $x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$

La forme factorisée est alors : $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$

Si $\Delta = 0$, il y a une seule solution : $x_1 = \frac{-b}{2a}$

La forme factorisée est alors : $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)^2$

Si $\Delta < 0$, il n'y a pas de solution dans $\mathbb{R}$;

Exemple : Résoudre l'équation $2x^2 - x - 3 = 0$

Calcul du discriminant : $\Delta = (-1)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-3) = 1 + 24 = 25$

$\Delta > 0$, il y a deux solutions :

$$x_1 = \frac{-(-1) - \sqrt{25}}{2 \cdot 2} = \frac{1 - 5}{4} = -1 \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-(-1) + \sqrt{25}}{2 \cdot 2} = \frac{1 + 5}{4} = \frac{3}{2}$$

$$2x^2 - x - 3 = 2\left(x + 1\right)\left(x - \frac{3}{2}\right)$$

Les solutions de l'équation $2x^2 - x - 3 = 0$ sont $S = \left\{-1; \frac{3}{2}\right\}$

Exercice 21 : Résoudre les équations du second degré suivante.

a) $4x^2 + 16x + 16 =$

d) $3x^2 + 1 = 0$

b) $-2x^2 - 4x - 7 = 0$

e) $-x^2 - 8x - 15 = 0$

c) $-4 + 6x - 3x^2 = 0$

f) $3x^2 - 6x + 3 =$

Exercice 22 : Développer en utilisation les identités remarquables.

1) $(x + 8)^2 =$

2) $(x - 11)^2 =$

3) $(x - 9)(x + 9) =$

4) $\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 =$

5) $(y^2 - 2y) \cdot (y^2 + 2y) =$

6) $(3x + 5y)^2 =$

7) $(x^4 - xy)^2 =$