ACHTUNG (für die mündliche Prüfung) : Hier ist nur das „Skelett" des Themas gegeben. Jede Aussage oder Etappe muss erklärt, begründet und illustriert werden können. Fragen zum Thema müssen beantwortet werden können.

Satz :

Seien F_1 und F_2 zwei Stammfunktionen derselben Funktion f auf einem Intervall I.
Dann existiert $k \in \mathbb{R}$ mit :

$$F_2(x) = F_1(x) + k \quad \forall x \in I$$

Beweis :

Sei die Funktion G gegeben durch : $G(x) = F_2(x) - F_1(x) \quad \forall x \in I$

$G'(x) = 0 \quad \forall x \in I$

Seien $a, b \in I$ mit $a < b$. G ist auf $[a;b]$ stetig und auf $]a;b[$ ableitbar.

Es existiert also $c \in]a;b[$ mit $G'(c) = \dfrac{G(b) - G(a)}{b - a}$

$G(b) - G(a) = G'(c) \cdot (b - a) = 0$

$G(b) = G(a)$

G ist auf I konstant

Es existiert $k \in \mathbb{R}$ mit : $G(x) = k \quad \forall x \in I$

$F_2(x) - F_1(x) = k \quad \forall x \in I$

$F_2(x) = F_1(x) + k \quad \forall x \in I$