1 Rappels

Remarque : Toutes nos représentations seront des croquis.

1.1 Points, droites

point :

droite :

demi-droite :

segment de droite :

distances, longueurs :

droites sécantes :

droites parallèles :

1.2 Angles

angle :

angle plat :

angles adjacents :

angle droit :

angles isométriques :

mesure d'angle :

Abus de notation :

angle aigu :

angle obtus :

angles complémentaires :

angles supplémentaires :

angles opposés par le sommet :

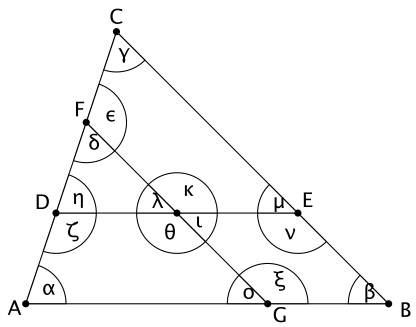
angles correspondants, angles alternes-internes, angles alternes-externes :

Exercices :

1. Parmi les angles suivants, indiquer ceux qui sont aigus, ceux qui sont obtus, ainsi que les paires qui sont complémentaires et celles qui sont supplémentaires :

$$34^\circ \quad 72^\circ \quad 120^\circ \quad 18^\circ \quad 60^\circ \quad 90^\circ \quad 56^\circ$$

2. Données : $[DE] \parallel [AB]$ et $[FG] \parallel [CB]$



   (a) Indiquer les angles opposés par le sommet, correspondants, alternes-internes.

   (b) Déterminer les angles de même mesure.

3. Représenter deux angles α et β opposés par le sommet. En utilisant les angles plats fournis par cette situation, prouver que $\alpha = \beta$.

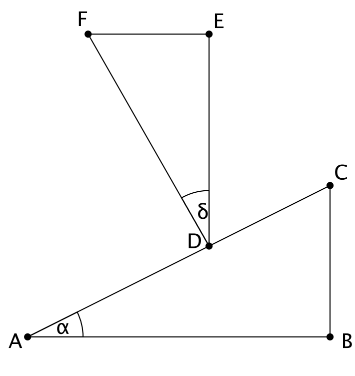
4. Représenter un triangle de sommets A, B, C et d'angles intérieurs α, β, γ.

   Représenter la parallèle au côté $[AB]$ qui passe par C.

   Sur le croquis, repérer deux angles correspondants, puis deux angles alternes-internes et enfin un angle plat.

   Quelle égalité peut-on écrire ?

5. Données : $[DF] \perp [AC]$ et $(DE) \perp [AB]$



   Utiliser un angle plat et une paire d'angles complémentaires pour prouver que $\alpha = \delta$.

1.3 Polygones

Un polygone est

Esquisser un exemple de polygone et indiquer ses sommets, ses côtés ainsi que les diagonales.

Un polygone est régulier si

Polygones particuliers :

Un quadrilatère est

Un triangle est

Quadrilatères particuliers :

Un trapèze est

Esquisser un exemple de trapèze et indiquer la hauteur du trapèze.

Un parallélogramme est

Esquisser un exemple de parallélogramme et indiquer les deux paires de bases.

Un losange est

Un rectangle est

Un carré est

Exercices :

1. Pour chacune des propriétés ci-dessous, dire si le quadrilatère décrit par la propriété est obligatoirement un trapèze, un parallélogramme, un rectangle, un losange ou un carré. Justifier.

   (a) Le quadrilatère possède deux angles droits consécutifs.

   (b) Le quadrilatère possède une paire de côtés opposés parallèles et isométriques.

   (c) Le quadrilatère possède trois angles droits.

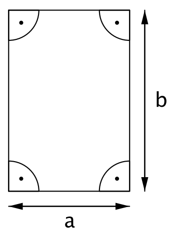
   (d) Le quadrilatère possède trois côtés isométriques.

   (e) Le quadrilatère possède quatre côtés isométriques et un angle droit.

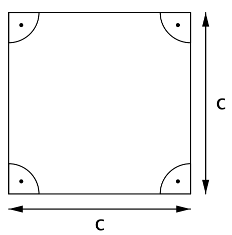
2. Soit $ABCD$ un parallélogramme. Montrer que $\measuredangle BAD = \measuredangle DCB$.

3. Rappels des formules de calcul de périmètres et aires :

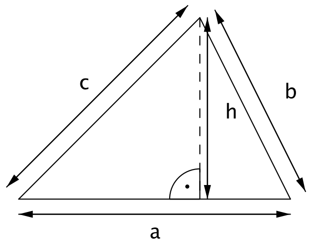
   (a) rectangle :



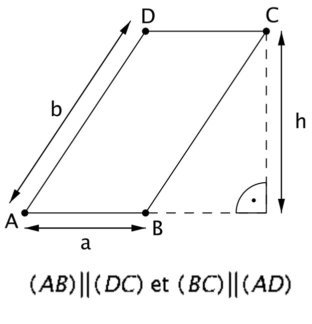
   (b) carré :



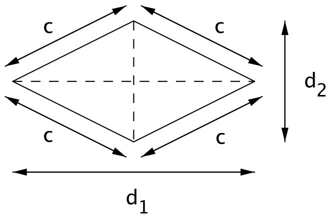
(c) triangle :



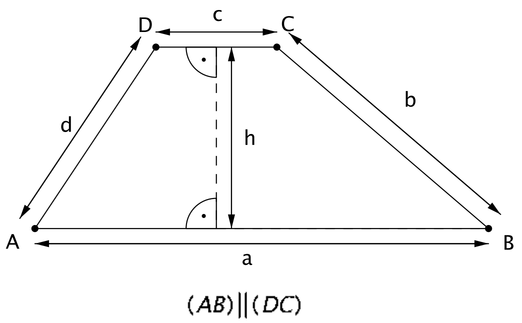
(d) parallélogramme :



(e) losange :



(f) trapèze :



1.4 Le triangle

Dans les exercices à venir interviendront les notions de triangles rectangles, triangles isocèles, triangles équilatéraux, de médianes, médiatrices, hauteurs et bissectrices. Nous ne les rediscuterons pas en détail, le matériel du cycle ainsi que le formulaire CRM peuvent aider à retrouver de quoi il s'agit en cas d'oubli.

Rappelons toutefois la notion d'égalité de triangles : on dit que deux triangles sont égaux s'ils sont superposables.

Deux triangles égaux possèdent trois côtés de même longueur et trois angles isométriques.

Sans même connaître les longueurs de tous les côtés et les mesures de tous les angles, il y a trois situations dans lesquelles on peut immédiatement affirmer que deux triangles sont égaux :

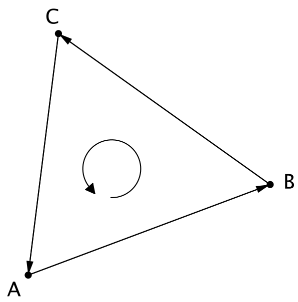
- la situation "côté-côté-côté" (ccc) :

- la situation "côté-angle-côté" (cac) :

- la situation "angle-côté-angle" (aca) :

Remarque :

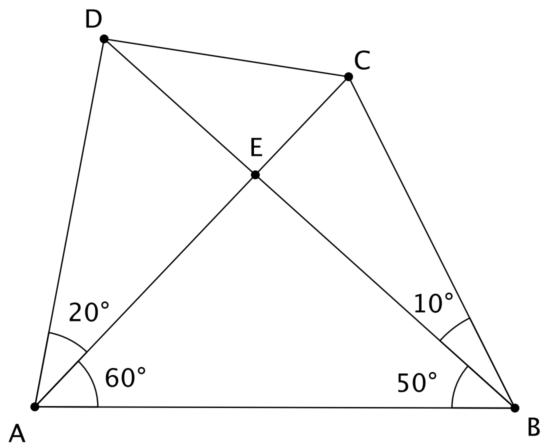
En parlant d'un triangle ABC nous entendrons le triangle qui "tourne" dans le sens contraire des aiguilles d'une montre si l'on parcourt les sommets de A en passant par B, C pour revenir à A :



Exercices :

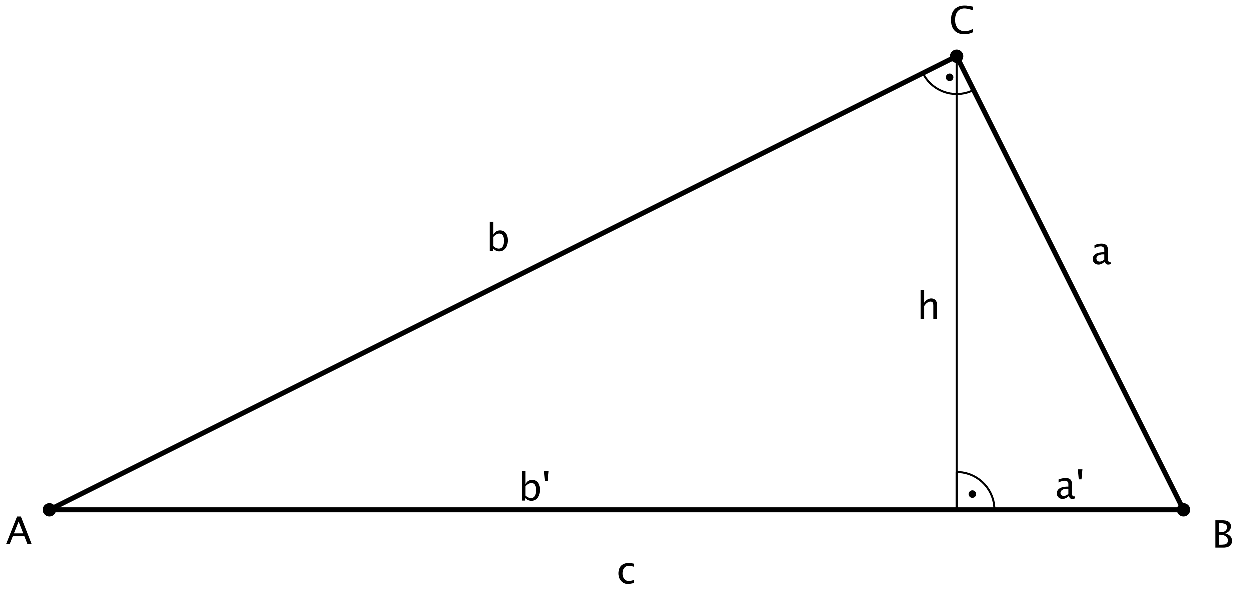
1. Soit ABC un triangle isocèle en C. Soit M le point milieu du segment $[AB]$.
   (a) Faire un croquis de la situation.
   (b) Montrer que les angles adjacents au côté $[AB]$ sont isométriques.
   (Indication : montrer que les triangles AMC et BMC sont égaux.)
   (c) Montrer que la médiane (CM) est également la médiatrice du segment $[AB]$.
   (d) Que peut-on dire de la hauteur issue de C ?
   (e) Que peut-on dire de la bissectrice de l'angle $\widehat{ACB}$?
2. Le triangle HIJ est isocèle en I. On sait que $\widehat{HJI} = 29°$.
   (a) Faire un croquis de la situation.
   (b) Calculer les mesures des autres angles du triangle.
3. Un triangle ABC est tel que l'angle en B mesure le double de l'angle en A et l'angle en C mesure le triple de l'angle en A.
   (a) Faire un croquis de la situation.
   (b) Calculer les mesures des angles du triangle.
   (c) Il s'agit d'un type de triangle particulier, lequel ?
4. Dans un triangle CDE, $\widehat{DCE} = 42°$ et $\widehat{EDC} = 69°$.
   (a) Faire un croquis de la situation.
   (b) Il s'agit d'un type de triangle particulier, lequel ?
5. Montrer que tous les angles d'un triangle équilatéral mésurent $60°$.

6. Un triangle ABC possède les propriétés suivantes : $AB = AC$ et $\widehat{ACB} = 65°$. Soit M le point du segment $[AC]$ tel que $\widehat{CBM} = 50°$.
   (a) Faire un croquis de la situation.
   (b) Déterminer la particularité du triangle MBC.
   (c) Calculer les mesures des angles du triangle ABM.
7. Pourquoi la situation "côté-côté-angle" ne permet-elle pas de conclure à l'égalité de deux triangles ?
8. Déterminer les mesures de tous les angles de la figure suivante (croquis) :



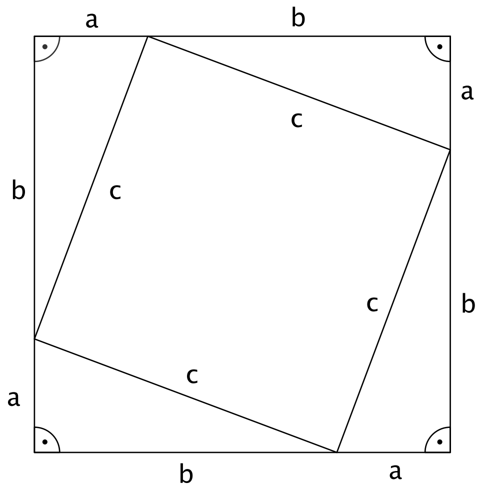
9. Dans un triangle QRS, l'angle en Q mesure 18° et celui en S mesure 62°. Soit I le point d'intersection des bissectrices des angles $\widehat{SRQ}$ et $\widehat{QSR}$.
   (a) Faire un croquis de la situation.
   (b) Déterminer la mesure de $\widehat{RIS}$.
10. Soient deux droites sécantes d et d' qui se coupent selon un angle α. Soit β l'angle supplémentaire de α. On considère les bissectrices des deux angles.
   (a) Faire un croquis de la situation.
   (b) Montrer que les bissectrices forment un angle droit.

2 Le triangle rectangle



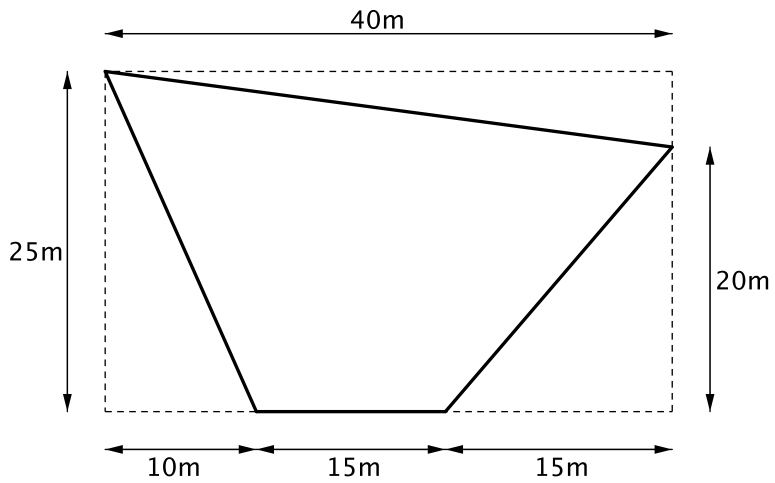
Exercices :

1. Démontrer le théorème de Pythagore. (Il est possible de s'inspirer de la figure suivante.)



2. Démontrer le théorème de la hauteur. (Il est possible d'utiliser le théorème de Pythagore.)
3. Démontrer le théorème d'Euclide. (Il est possible d'utiliser le théorème de Pythagore.)
4. Est-ce que la réciproque du théorème de Pythagore est correcte ? A savoir : est-il juste de dire "Si un triangle de côtés de longueurs a, b et c (toutes positives) satisfait $a^2 + b^2 = c^2$, alors il s'agit d'un triangle rectangle dont l'angle droit est situé entre les côtés de longueur respectivement a et b" ?
5. Calculer la longueur de l'hypoténuse d'un triangle rectangle dont les cathètes mesurent 8cm et 6cm.
6. Une salle rectangulaire mesure 13.5m de longueur et 7.2m de largeur. Quelle est la longueur de sa diagonale ?
7. Les diagonales d'un losange mesurent 48cm et 27cm. Calculer à 1mm près la longueur de ses côtés.
8. Une échelle de 5m de longueur est appuyée contre un mur, le pied de l'échelle étant à 1.8m du mur. Quelle est la hauteur atteinte par l'échelle sur le mur ?
9. Dans un triangle isocèle ABC, $AB = AC = 43$cm. Calculer la longueur à 1mm près de la hauteur abaissée de A, sachant que la base $BC = 28$cm.
10. Dans un trapèze $ABCD$ rectangle avec $(AB) \parallel (CD)$ et $(AD) \perp (AB)$, on connaît les longueurs $AB = 28$cm $CD = 42$cm et $AD = 20$cm. Calculer la longueur du côté manquant.
11. L'hypoténuse d'une équerre à 45° mesure 20cm. Calculer les longueurs des côtés manquants.

12. Calculer le périmètre (à 1dm près) du terrain représenté ci-dessous, délimité en trait plein.



13. Les triangles dont les longueurs des trois côtés sont données ci-dessous sont-ils rectangles ?

    (a) 12cm, 16cm et 20cm
    (b) 32mm, 40mm et 24mm
    (c) 16m, 30m et 36m
    (d) 7km, 16km et 9km
    (e) 26cm, 0.1m et 2.4dm
    (f) 3.97dm, 3.3dm et 2.2dm

14. La hauteur d'un triangle équilatéral mesure 65cm. Combien ces côtés mesurent-ils ?
15. Un rectangle est inscrit dans un cercle de 80mm de diamètre. L'angle aigu formé par ses diagonales vaut 60°. Calculer les dimensions du rectangle.
16. Un cube a des arêtes qui mesurent 5cm. Calculer d'abord la longueur d'une diagonale d'une face du cube, puis la longueur d'une diagonale du cube.
17. Soit une pyramide de 146m de hauteur, à base carrée de côtés mesurant 230m. On suppose que les quatre triangles qui forment les autres côtés de la pyramide sont les mêmes.

    (a) Calculer la distance parcourue par une personne montant au sommet par la médiane d'un côté triangulaire.
    (b) Calculer la longueur d'une arête d'un côté triangulaire.

3 Le théorème de Thalès

Théorème de Thalès :

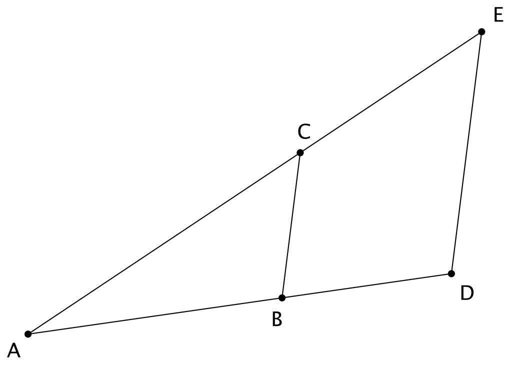
Trois droites parallèles déterminent des segments proportionnels sur deux droites sécantes.

Triangles semblables :

Cas particulier du théorème de Thalès :

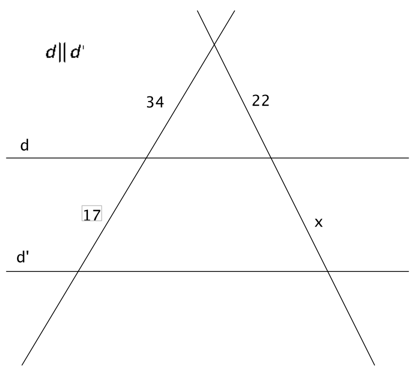
Exemple :

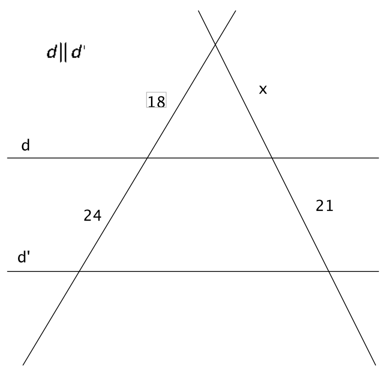
Calculer les longueurs manquantes si $(BC) \parallel (DE)$, $AC = 5$cm, $AD = 9$cm, $DE = 11$cm et $AE = 15$cm

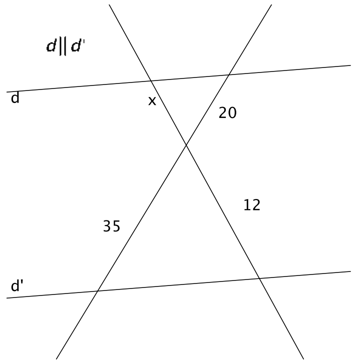


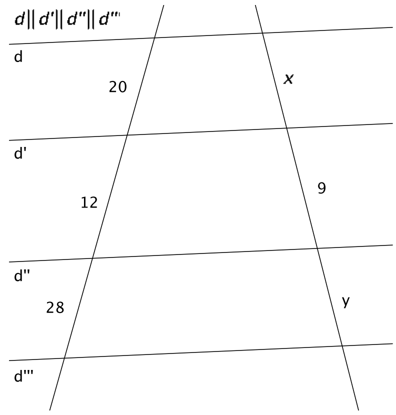
Exercices :

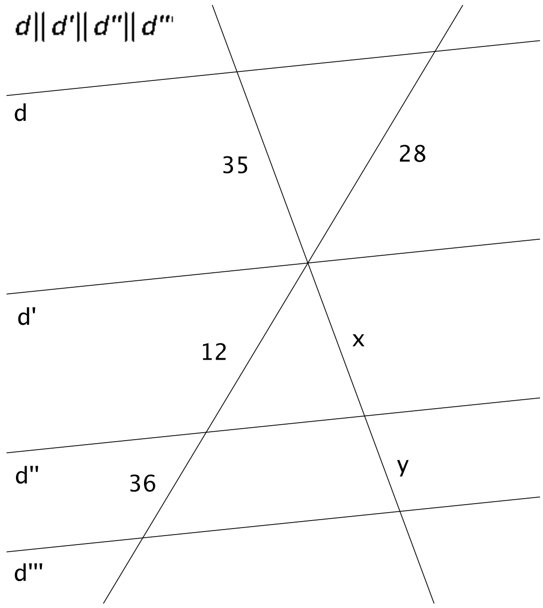
1. Esquisser la situation suivante : A, C et E sont alignés, B, D et F sont alignés, $(AB) \parallel (CD) \parallel (EF)$, $AC = 2$mm, $AE = 7$mm, $BD = 2.5$mm. Calculer ensuite BF.
2. Esquisser la situation suivante : A, C et E sont alignés, B, D et F sont alignés, $(AB) \parallel (CD) \parallel (EF)$, $AC = 4$m, $AE = 9$m, $BD = 3.5$m. Calculer ensuite BD.
3. Esquisser la situation suivante : A, C et E sont alignés, B, D et F sont alignés, $(AB) \parallel (CD) \parallel (EF)$, $AC = 3$mm, $CE = 8$mm, $DF = 16$mm. Calculer ensuite BD.
4. Esquisser la situation suivante : O, A et C sont alignés, O, B et D sont alignés, $(AB) \parallel (CD)$, $OB = 4$m, $AB = 5$m, $CD = 20$m. Calculer ensuite OD.
5. Esquisser la situation suivante : O, A et C sont alignés, O, B et D sont alignés, $(AB) \parallel (CD)$, $OD = 144$dm, $OB = 19$dm, $OC = 12$dm. Calculer ensuite OA.
6. Esquisser la situation suivante : O, A et C sont alignés, O, B et D sont alignés, $(AB) \parallel (CD)$, $OA = 3$cm, $AC = 2$cm, $AB = 6$cm. Calculer ensuite CD.
7. Calculer les dimensions inconnues, désignées par x et y, dans les figures suivantes. (Unité : le centimètre)









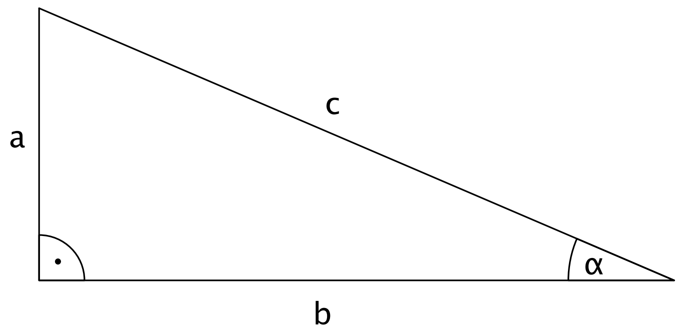


8. Soit le triangle rectangle donné avec les noms des côtés comme dans la théorie (a, a', b, b', c, h). Expliquer pourquoi le grand triangle (côtés a, b, c) et les deux petits triangles (côtés respectivement a, a', h et b, b', h) sont semblables et préciser les côtés proportionnels. En déduire
   (a) une démonstration du théorème de la hauteur,
   (b) une démonstration du théorème d'Euclide.

4 Trigonométrie dans le triangle rectangle

4.1 Rapports et angles

Soit un triangle rectangle :



1. On désire calculer les rapports

   "côté opposé sur hypoténuse", ici : $\frac{a}{c}$

   "côté adjacent sur hypoténuse", ici : $\frac{b}{c}$

   "côté opposé sur côté adjacent", ici : $\frac{a}{b}$

   Déterminer ces rapports si $c = 1$ et

   (a) $\alpha = 45°$

   (b) $\alpha = 60°$

2. Déterminer les rapports de l'exercice 1 pour

   (a) $c = 3$

   (b) $c = 17$

   (c) $c > 0$ quelconque

3. Soit un triangle rectangle dont l'hypoténuse mesure 4 cm et l'une des cathètes mesure 2cm.

   (a) Faire un croquis de la situation.

   (b) Déterminer toutes les mesure manquantes : longueurs et angles.

4. Déterminer les rapports de l'exercice 1 dans le cas où $\alpha = 30°$.
   (Indication : soit β l'angle manquant du triangle. Il mesure 60°...)

4.2 Définitions

Définitions :

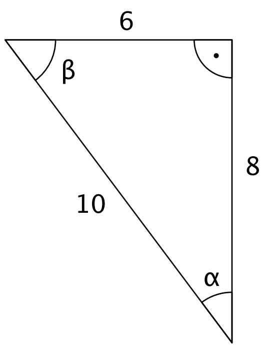
Dans un triangle rectangle, soit α un angle autre que l'angle droit

- le **sinus** d'un angle α, noté $\sin(\alpha)$ est égal au rapport du côté opposé à l'angle α à l'hypoténuse,
- le **cosinus** d'un angle α, noté $\cos(\alpha)$ est égal au rapport du côté adjacent à l'angle α à l'hypoténuse,
- la **tangente** d'un angle α, noté $\tan(\alpha)$ est égal au rapport du côté opposé à l'angle α au côté adjacent à l'angle α.

Remarque :

Les noms des côtés d'un triangle pouvant changer, il vaut mieux penser en termes de positions relatives à l'angle considéré lorsqu'on calcule le sinus, le cosinus ou la tangente d'un angle.

Exemple :



$\sin(\alpha) =$ $\qquad$ $\sin(\beta) =$

$\cos(\alpha) =$ $\qquad$ $\cos(\beta) =$

$\tan(\alpha) =$ $\qquad$ $\tan(\beta) =$

Remarque et utilisation de la calculatrice :

1. **Déterminer le sinus, le cosinus ou la tangente d'un angle :**

   Nous savons (par Thalès) que les rapports de côtés correspondants seront les mêmes dans tous les triangles semblables.

   A chaque angle compris entre $0°$ et $90°$, on peut donc associer trois rapports : sinus, cosinus et tangente.

Nous avons déjà pu établir exactement les valeurs de ces rapports pour 30°, 45° et 60° :

$\sin(30°) =$ $\sin(45°) =$ $\sin(60°) =$

$\cos(30°) =$ $\cos(45°) =$ $\cos(60°) =$

$\tan(30°) =$ $\tan(45°) =$ $\tan(60°) =$

Pour d'autres angles nous utiliserons la calculatrice pour obtenir des résultats approximatifs du sinus, du cosinus et de la tangente

– vérifier que la calculatrice est en mode "DEG" , car il existe d'autres unités de mesure pour les angles que nous n'utiliserons pas pour l'instant

– sur les modèles TI-30XS ou XB MultiView qui sont seules autorisées pour vos épreuves au collège il faut ensuite

– appuyer sur la touche "sin", "cos" ou "tan" suivant ce que l'on désire calculer, puis entrer la mesure de l'angle considéré

– lire le résultat (en général pas exact)

Exemples :

Arrondir à 2 chiffres :

$\sin(39°) =$ $\cos(85°) =$ $\tan(73°) =$

2. **Déterminer la mesure d'un angle en connaissant le sinus, le cosinus ou la tangente :**

Nous savons (par la réciproque de Thalès) que si les rapports de côtés correspondants de deux triangles sont égaux, ces triangles sont semblables et possèdent donc les mêmes angles.

La connaissance des rapports de différents côtés dans un triangle rectangle, càd. la connaissance du sinus, cosinus et/ou de la tangente d'un angle, déterminent cet angle.

Nous avons déjà pu établir exactement les mesures d'angles entre 0° et 90° correspondant à certains rapports, p.ex.

$$\sin(\alpha) = \frac{1}{2} \qquad \Rightarrow \qquad \alpha =$$

$$\cos(\alpha) = \frac{\sqrt{2}}{2} \qquad \Rightarrow \qquad \alpha =$$

$$\tan(\alpha) = \sqrt{3} \qquad \Rightarrow \qquad \alpha =$$

Pour d'autres rapports nous utiliserons la calculatrice pour obtenir des résultats approximatifs des angles considérés

- vérifier que la calculatrice est en mode "DEG",
- appuyer sur la touche "2nd" pour accéder aux fonctions "$\sin^{-1}$", "$\cos^{-1}$" ou "$\tan^{-1}$" suivant ce que l'on désire calculer, puis entrer la valeur du rapport considéré.
- lire le résultat (en général pas exact)

Remarque :

Ces fonctions qui associent un angle à un sinus, un cosinus ou une tangente donnée s'appellent fonctions trigonométriques réciproques. Elles s'appellent **arcsinus, arccosinus et arctangente** et sont notées respectivement arcsin, arccos et arctan. Sur les calculatrices elles sont souvent notées $\sin^{-1}$, $\cos^{-1}$ et $\tan^{-1}$.

Exemples :

Arrondir à 2 chiffres :

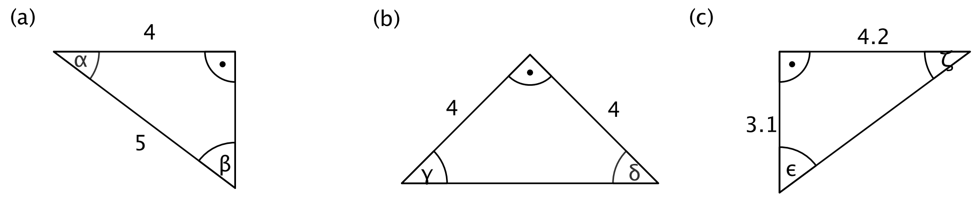
$\arcsin(0.34) =$ $\qquad$ $\arccos(0.768) =$ $\qquad$ $\arctan(5) =$

4.3 Exercices

1. Soit un triangle rectangle d'hypoténuse t, d'autres angles α et β et de cathètes r et s, telles que r est adjacente à α et s à β.

   Exprimer le sinus, le cosinus et la tangente des deux angles en fonction des longueurs r, s, t.

2. Calculer le sinus, le cosinus et la tangente des angles dans les triangles représentés ci-dessous.



3. Déterminer à l'aide de la calculatrice (arrondi "raisonnable" au bon vouloir)

   (a) $\sin(32°)$ (c) $\sin(62.81°)$ (e) $\cos(31.8°)$ (g) $\tan(64°)$
   (b) $\sin(41.9°)$ (d) $\cos(83°)$ (f) $\cos(62.81°)$ (h) $\tan(31.12°)$

4. Déterminer la mesure de l'angle α (arrondi "raisonnable" au bon vouloir), sachant que

   (a) $\sin(\alpha) = 0.04226$ (c) $\tan(\alpha) = 1.2570$ (e) $\cos(\alpha) = 0.1234$
   (b) $\cos(\alpha) = 0.4226$ (d) $\tan(\alpha) = 13.1970$ (f) $\sin(\alpha) = 0.4321$

5. Déterminer (arrondis raisonnables) toutes les mesures inconnues (côtés et angles) d'un triangle rectangle, sachant que

   (a) l'une des cathètes mesure 36cm et l'un des angles mesure 42°,
   (b) l'hypoténuse mesure 50m et l'une des cathètes mesure 35m,
   (c) l'hypoténuse mesure 20km et l'un des angles mesure 17°,
   (d) les cathètes mesurent respectivement 5mm et 8mm.

6. Expliquer en raisonnant sur des esquisses pourquoi

   (a) $\sin(0°) = 0$ (c) $\cos(0°) = 1$ (e) $\tan(0°) = 0$
   (b) $\sin(90°) = 1$ (d) $\cos(90°) = 0$ (f) $\tan(90°) = ?$

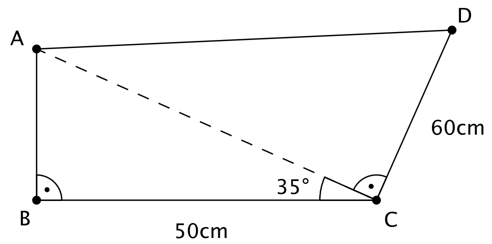
7. Quelle est la plus grande valeur que peuvent prendre le sinus et le cosinus d'un angle ? Et la tangente ?

8. Un sapin qui pousse à la verticale sur un sol bien horizontal a une ombre de 27.5m lorsque les rayons du soleil touchent le sol avec un angle de 38.5°. Calculer la hauteur du sapin.
9. Robin (hauteur des yeux : 1.50m) se trouve sur sol horizontal à 141m d'une tour, dont il voit la pointe la plus haute sous un angle d'élévation de 48.5°. Calculer la hauteur de la tour.
10. Sophie (hauteur des yeux : 1.60m) désire connaître la hauteur d'une tour, mais ne peut approcher le pied de la tour. Depuis son point de départ elle voit la pointe de la tour sous un angle d'élévation de 27°. Elle avance ensuite de 65m sur sol horizontal en ligne droite vers la tour et constate que l'angle d'élévation sous lequel elle voit la pointe de la tour à cet endroit mesure 49.5°. Calculer la hauteur de la tour.
11. Déborah (hauteur des yeux : 1.60m) se trouve sur sol horizontal à 12m d'une vieille tour médiévale et désire connaître non pas sa hauteur, qu'elle connaît et qui est de 15m, mais la hauteur d'un mat de drapeau qui situé sur le toit de la tour. Sachant qu'elle voit ce mat sous un angle de 6.5°, quelle est sa hauteur ?
12. Une échelle de 7.50m est appuyé contre le mur d'une maison à une hauteur de 6.60m. Que mesure l'angle que forme l'échelle avec le sol horizontal ?
13. Un pommier haut de 15.40m a une ombre de 33.60m sur sol horizontal. Quel est l'angle auquel les rayons du soleil touchent le sol ?
14. Le pied d'un immeuble est situé à 6m (sol horizontal) d'un cours d'eau. Depuis sa fenêtre, Stemar (hauteur des yeux : 28.60m depuis le sol bien horizontal) voit ce cours d'eau sous un angle de 17°. Quelle est la largeur du cours d'eau à cet endroit ?
15. Une belle rivière canalisée coule en ligne droite. Pour déterminer sa largeur Alicia se fixe un point de repère pile en face d'elle sur l'autre rive puis suit la rivière sur 30m. Alicia constate alors qu'elle voit maintenant qu'elle voit son point de repère sous un angle de 34° avec son bord de rivière. Quelle est alors la largeur de la rivière ?
16. Une voiture parcourt une distance de 320.50m sur une route qui monte droit avec une pente de 7.5%.
    (a) Calculer l'angle que forme la route avec l'horizontale.
    (b) Calculer de combien de mètres la voiture se sera élevée verticalement au bout des 320.50m.
17. Calculer l'aire et le périmètre d'un triangle rectangle dont l'hypoténuse mesure 7.5m et dont l'un des angles mesure 22°.

18. Soit un triangle quelconque ABC de hauteur $[CH]$. Sachant que $BH = 25.6\text{mm}$ que $\widehat{HCB} = 52°$ et $\widehat{ACH} = 42°$, calculer

    (a) la longueur du segment $[AH]$ (b) l'aire du triangle ABC

19. Calculer l'aire et le périmètre du quadrilatère $ABCD$ représenté sur l'esquisse suivante :



20. Calculer la longueur des cathètes d'un triangle isocèle rectangle dont l'hypoténuse mesure 7.5cm.

21. Calculer l'aire et le périmètre d'un triangle équilatéral de hauteur 4.5cm.

22. Soit un cercle de centre C et de rayon $R = 20\text{mm}$. D'un point A extérieur au cercle, on trace les deux tangentes au cercle qui le touchent aux points T et T'. L'angle formé par les segments $[TA]$ et $[T'A]$ mesure 43°. Calculer la longueur des segments $[AT]$ et $[AC]$. (Aide : Une tangente à un cercle possède un unique point d'intersection avec le cercle et est perpendiculaire au rayon du cercle qui passe par ce point.)

23. Soit un triangle rectangle d'angles α, β (et 90°).

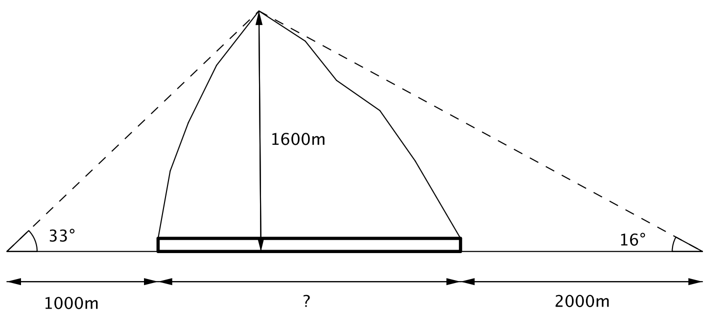
    (a) Montrer que $\sin(\alpha) = \cos(\beta)$ et que $\cos(\alpha) = \sin(\beta)$.

    (b) Montrer que $\tan(\alpha) = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}$.

    (c) Montrer que $(\sin(\alpha))^2 + (\cos(\alpha))^2 = 1$

    (d) Si l'on sait que $\tan(\alpha) = \frac{2}{5}$, que valent $\sin(\alpha)$ et $\cos(\alpha)$? Réponse exacte demandée.

24. Dans la situation représentée sur le croquis, calculer la longueur du tunnel.



Sources

- *Formulaires et tables, Mathématiques, Physique, Chimie*
  Comission Romande des Mathématiques, Editions du Tricorne, Genève, 2000
- *Kusch Mathematik 2, Geometrie und Trigonometrie*
  Cornelsen Verlag, Berlin, 2001
- *Lambacher Schweizer 10, Baden-Württemberg*
  Ernst Klett Verlag GmbH, Stuttgart, 1996
- Cours de D. Bopp
- Cours de C. Magnon

Table des matières