Epreuve de physique - 19.10.2017 - Corrigé

Nom: Prénom:

Cours 3PYOS01 note= $\begin{cases} \frac{9+25\cdot x}{6} & \text{si } x \leq 0.54 \\ \frac{51+225\cdot x}{46} & \text{si } x > 0.54 \ (x = \frac{\text{total}}{45}) \end{cases}$ = →

---

1. Tir parabolique. (/ 12 pts.)

(1) On trouve

$$\vec{r}_a(t) = \begin{pmatrix} 1500 - vt \\ 200 \end{pmatrix}, \ \vec{r}_p(t) = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2}100t \\ \frac{\sqrt{2}}{2}100t - \frac{1}{2}9.8t^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2}100t \\ \frac{\sqrt{2}}{2}100t - 4.9t^2 \end{pmatrix}$$

(2) On a

$$\vec{r}_a(t) = \vec{r}_p(t) \ \Rightarrow \ \begin{cases} 1500 - vt = \frac{\sqrt{2}}{2}100t \\ 200 = \frac{\sqrt{2}}{2}100t - 4.9t^2 \end{cases} \Rightarrow \ 4.9t^2 - \frac{\sqrt{2}}{2}100t + 200 = 0$$

$$\Rightarrow \ t = \frac{\frac{100}{\sqrt{2}} \pm \sqrt{1080}}{9.8} \ \Rightarrow \ t \approx 3.86 \text{ s ou } t \approx 10.6 \text{ s}$$

Ainsi,

$$v = \frac{1500}{t} - \frac{\sqrt{2}}{2}100 \approx \frac{1500}{10.6} - \frac{\sqrt{2}}{2}100 \approx 70.8 \text{ m/s} \approx 255 \text{ km/h}$$

(3) La position horizontale de l'avion est donnée par

$$\frac{\sqrt{2}}{2}100t \approx \frac{\sqrt{2}}{2}100 \cdot 10.6 \approx 749.5 \text{ m}$$

2. Carrousel. (/ 10 pts.) On trouve

(1) pour l'horaire

$$\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} R\cos(\omega t) \\ R\sin(\omega t) \\ h_0 - v_z t \end{pmatrix}$$

(2) pour la vitesse

$$\vec{v}(t) = \begin{pmatrix} -R\omega\sin(\omega t) \\ R\omega\cos(\omega t) \\ -v_z \end{pmatrix}, \qquad v(t) = \sqrt{R^2\omega^2 + v_z^2}$$

(3) et pour l'accélération

$$\vec{a}(t) = \begin{pmatrix} -R\omega^2\cos(\omega t) \\ -R\omega^2\sin(\omega t) \\ 0 \end{pmatrix}, \qquad a(t) = \sqrt{R^2\omega^4} = R\omega^2$$

(4) On trouve $\vec{v}(t) \bullet \vec{a}(t) = 0$, par conséquent l'angle vaut $90\,°$.
(5) On trouve $\vec{a}(t) \bullet (0, 0, 1) = 0$, par conséquent l'angle vaut $90\,°$.
(6) On trouve

$$t = \frac{h}{v_z} \;\Rightarrow\; d = \sqrt{h^2 + (R\omega \cdot t)^2} = \sqrt{h^2 + (R\omega\frac{h}{v_z})^2} = h\sqrt{1 + \frac{R^2\omega^2}{v_z^2}}$$

3. Une piscine sur un train. (/ 11 pts.)
Imaginons une poussière posée sur la surface de l'eau (elle ne flotte pas). Elle subit deux forces: son poids et la réaction de la surface de l'eau perpendiculaire à la surface de l'eau (voir figure 1). Ces forces ne dépendent pas de la position de la poussière. Par conséquent, la profondeur de l'eau en fonction de la distance x par rapport à l'arrière de la piscine est une droite

$$y = 1.8 - ax \text{ où } a = \left(\frac{R_y}{R_x}\right)^{-1}$$

En vertu de la deuxième loi de Newton,

$$\vec{F}_{res} = \vec{P} + \vec{R} \Rightarrow \frac{R_x}{R_y} = \frac{ma}{mg} = \frac{a}{g} = \frac{\frac{50}{3.6 \cdot 5}}{9.8}$$

Il suit que la profondeur de la piscine à l'avant est donnée par

$$y = 1.8 - a \cdot 5 = 1.8 - \frac{\frac{50}{3.6 \cdot 5}}{9.8} \cdot 5 \approx 38.3 \text{ cm}$$

La partie (2) de l'exercice 4 est en bonus ! (5 pts)

4. Un cône. (/ 12 pts.)

(1) On note r la distance horizontale entre la masse et l'axe de rotation. On trouve (voir figure 2, gauche)

$$\tan(\alpha) = \frac{mg}{m\omega^2 r} = \frac{g}{\omega^2 r} \Rightarrow r = \frac{g}{\omega^2 \tan(\alpha)}$$

De plus,

$$\tan(\alpha) = \frac{r}{h}$$

Par conséquent, comme $\omega = 2\pi\nu = 6\pi$ rad/s,

$$h = \frac{r}{\tan(\alpha)} = \frac{\frac{g}{\omega^2 \tan(\alpha)}}{\tan(\alpha)} = \frac{g}{\omega^2 \tan(\alpha)^2} = \frac{9.8}{36\pi^2 \tan(20)^2} \approx 20.8 \text{ cm}$$

(2) On trouve

$$\vec{P} = \begin{pmatrix} -\sin(\alpha)mg \\ -\cos(\alpha)mg \end{pmatrix}, \ \vec{F}_{res} = \begin{pmatrix} \cos(\alpha)m\omega^2 r \\ -\sin(\alpha)m\omega^2 r \end{pmatrix}, \ \vec{R} = \begin{pmatrix} R \\ 0 \end{pmatrix} \text{ et } \vec{F} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1.2 \end{pmatrix}$$

En vertu de la deuxième loi de Newton, on trouve

$$\vec{F}_{res} = \vec{P} + \vec{R} + \vec{F} \Rightarrow \begin{pmatrix} \cos(\alpha)m\omega^2 r \\ -\sin(\alpha)m\omega^2 r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\sin(\alpha)mg \\ -\cos(\alpha)mg \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} R \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 1.2 \end{pmatrix}$$

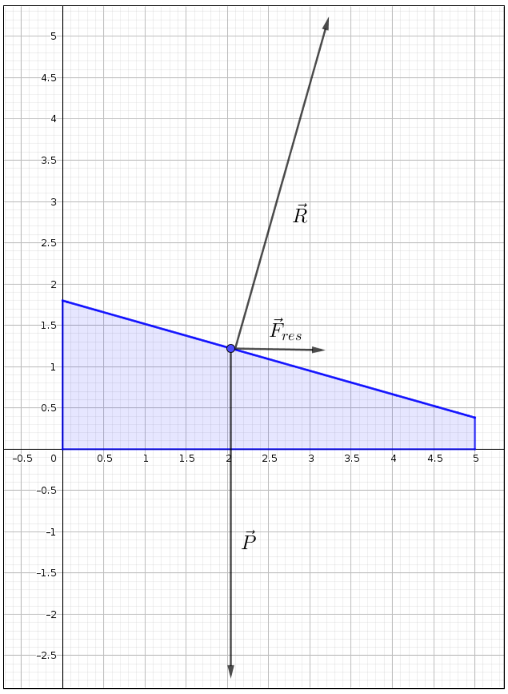

FIGURE 1. Exercice 3

d'où

$$-\sin(\alpha)m\omega^2 r = -\cos(\alpha)mg + 1.2 \;\Rightarrow\; r = \frac{-\cos(\alpha)mg + 1.2}{-\sin(\alpha)m\omega^2}$$

$$= \frac{-\cos(20)\cdot 0.2\cdot 9.8 + 1.2}{-\sin(20)\cdot 0.2\cdot 36\pi^2} \approx 2.64 \text{ cm}$$

et

$$h = \frac{r}{\tan(20)} \approx 7.26 \text{ cm}$$

Par ailleurs,

$$\cos(\alpha)m\omega^2 r = -\sin(\alpha)mg + R \;\Rightarrow\; R = m\left(\cos(\alpha)\omega^2 r + \sin(\alpha)g\right)$$

$$= 0.2\cdot\left(\cos(20)36\pi^2\cdot 0.0264 + \sin(20)\cdot 9.8\right) =\approx 2.43 \text{ N}$$

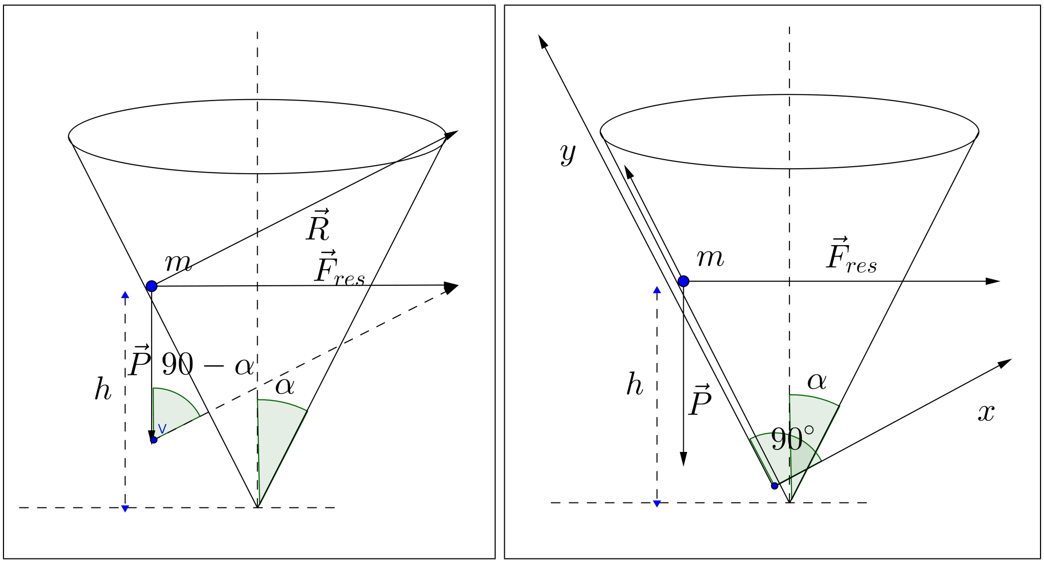

FIGURE 2. Exercice 4