

Epreuve d'applications des mathématiques - 13.11.2017 - Corrigé

Nom:

Prénom:

Cours 3AMOS01

note = $\frac{\text{total}}{45} \cdot 4.5 + 1.5 =$

1. Courbes 3D. (/ 10 pts.)

Il suffit d'effectuer les modifications suivantes:

```
1 t=0:2*pi/1000:2*pi;
2 y=1+t/(2*pi);
3 z=sin(5*t);
4 x=cos(5*t);
5 plot3(x,y,z)
6 grid('on')
7 xlabel('x')
8 ylabel('y')
9 zlabel('z')
10 axis([-1,1,0,2,-1,1],"equal")
```

et

```
1 t=0:2*pi/5000:2*pi;
2 y=4*t;
3 z=cos(y).*sin(200*t);
4 x=cos(y).*cos(200*t);
5 plot3(x,y,z)
6 grid('on')
7 xlabel('x')
8 ylabel('y')
9 zlabel('z')
10 axis([-1,1,0,4*pi,-1,1],"equal")
```

2. Courbes 3D. (/ 10 pts.)

Il suffit d'effectuer les modifications suivantes:

```
1 t=0:2*pi/1000:2*pi;
2 z=2*cos(3*t);
3 y=sin(3*t);
4 x=t/(2*pi);
5 plot3(x,y,z)
6 grid('on')
7 xlabel('x')
8 ylabel('y')
9 zlabel('z')
10 axis([-1.5,1.5,-1.5,1.5,-2.5,2.5],"equal")
```

et

```
1 t=0:2*pi/1000:2*pi;
2 z=2*cos(3*t);
3 y=sin(3*t);
4 x=t/(2*pi)+0.1*sin(100*t);
5 plot3(x,y,z)
6 grid('on')
7 xlabel('x')
8 ylabel('y')
9 zlabel('z')
10 axis([-1.5,1.5,-1.5,1.5,-2.5,2.5],"equal")
```

3. Courbes 2D. (/ 7 pts.)

Il suffit d'effectuer les modifications suivantes:

```

1 t=0:2*pi/500:2*pi;
2 x=2*cos(t);
3 y=sin(t);
4 plot(x,y)
5 grid('on')
6 xlabel('x')
7 ylabel('y')
8 axis([-2.5,2.5,-1.5,1.5],"equal")

```

et

```

1 t=0:2*pi/500:2*pi;
2 x=(2+0.1*cos(20*t)).*cos(t);
3 y=(1+0.1*cos(20*t)).*sin(t);
4 plot(x,y)
5 grid('on')
6 xlabel('x')
7 ylabel('y')
8 axis([-2.5,2.5,-1.5,1.5],"equal")

```

4. Courbes 2D. (/ 7 pts.)

Il suffit d'effectuer les modifications suivantes:

```

1 t=0:2*pi/500:2*pi;
2 x=(0.5+3*t/(4*pi)).*cos(5*t);
3 y=(0.5+3*t/(4*pi)).*sin(5*t);
4 plot(x,y)
5 grid('on')
6 xlabel('x')
7 ylabel('y')
8 axis([-2.5,2.5,-2.5,2.5],"equal")

```

et

```

1 t=0:2*pi/1000:2*pi;
2 x=(0.5+3*t/(4*pi)+0.1*cos(100*t)).*cos(5*t);
3 y=(0.5+3*t/(4*pi)+0.1*cos(100*t)).*sin(5*t);
4 plot(x,y)
5 grid('on')
6 xlabel('x')
7 ylabel('y')
8 axis([-2.5,2.5,-2.5,2.5],"equal")

```

5. Cercle osculateur. (/ 11 pts.)

(1) En dérivant, on trouve

$$\dot{q}(t) = \begin{pmatrix} -2 \sin(t) \\ \cos(t) \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \ddot{q}(t) = \begin{pmatrix} -2 \cos(t) \\ -\sin(t) \end{pmatrix}$$

Ainsi,

$$R(t) = \frac{(\dot{q}_1(t)^2 + \dot{q}_2(t)^2)^{\frac{3}{2}}}{|\dot{q}_1(t) \cdot \ddot{q}_2(t) - \ddot{q}_1(t) \cdot \dot{q}_2(t)|} = \frac{(4 \sin(t)^2 + \cos(t)^2)^{\frac{3}{2}}}{2}$$

$$\vec{X}(t) = \vec{q}(t) + \frac{\dot{q}_1(t)^2 + \dot{q}_2(t)^2}{\dot{q}_1(t) \cdot \ddot{q}_2(t) - \ddot{q}_1(t) \cdot \dot{q}_2(t)} \begin{pmatrix} -\dot{q}_2(t) \\ \dot{q}_1(t) \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 2 \cos(t) \\ \sin(t) \end{pmatrix} + \frac{4 \sin(t)^2 + \cos(t)^2}{2} \begin{pmatrix} -\cos(t) \\ -2 \sin(t) \end{pmatrix}$$

(2) Il suffit de compléter comme suit

```

1 clear
2 nmax=200;
3 cmax=200;
4 tmax=2*pi;
5 %%Coordonnees parametriques de la courbe
6 function y=f(t)
7     y(1)=2*cos(t);
8     y(2)=sin(t);
9 end
10 %%Formule pour le rayon de courbure
11 function y=h(t)
12     y=(4*sin(t)^2+cos(t)^2)^(3/2)/2;
13 end
14 %%Formule pour la position du centre du cercle osculateur
15 function y=g(t)
16     y(1)=2*cos(t)+(4*sin(t)^2+cos(t)^2)/2*(-cos(t));
17     y(2)=sin(t)+(4*sin(t)^2+cos(t)^2)/2*(-2*sin(t));
18 end
19 clf
20 for n=1:nmax
21     x(n)=f(n/nmax*tmax)(1);
22     y(n)=f(n/nmax*tmax)(2);
23 end
24 for m=1:cmax
25     n=round(m*nmax/cmax);
26     x1(n)=g(n/nmax*tmax)(1);
27     x2(n)=g(n/nmax*tmax)(2);
28     r(n)=h(n/nmax*tmax);
29     h1(n)=f(n/nmax*tmax)(1);
30     h2(n)=f(n/nmax*tmax)(2);
31     for k=1:200
32         c1(k)=x1(n)+r(n)*cos((k/200)*2*pi);
33         c2(k)=x2(n)+r(n)*sin((k/200)*2*pi);
34     end
35     plot(x,y,'3',c1,c2,'2',h1(n),h2(n),'@13',x1(n),x2(n),'@31')
36     title('Courbes du plan et rayon de courbure')
37     xlabel('x')
38     ylabel('y')
39     axis([-3,3,-6,6],'equal')
40     pause(40/1000)
41 end

```
