Cinématique

1. Introduction

Dans la vie de tous les jours, pour décrire le mouvement d'un "véhicule", il existe une multitude d'informations concernant l'espace et le temps ou les deux à la fois.

A la suite d'un voyage, on peut donner par exemple à une tierce personne, les informations suivantes :

- distance parcourue,
- temps du voyage,
- vitesse moyenne
- itinéraire (lieux de passage),
- tracé du parcours sur la carte,
- vitesse à chaque instant (tachymètre sur les camions),
- etc.

Certaines informations se recoupent : tracé sur la carte, itinéraire; d'autres sont le résultat d'un calcul (vitesse moyenne).

Description du mouvement en physique :

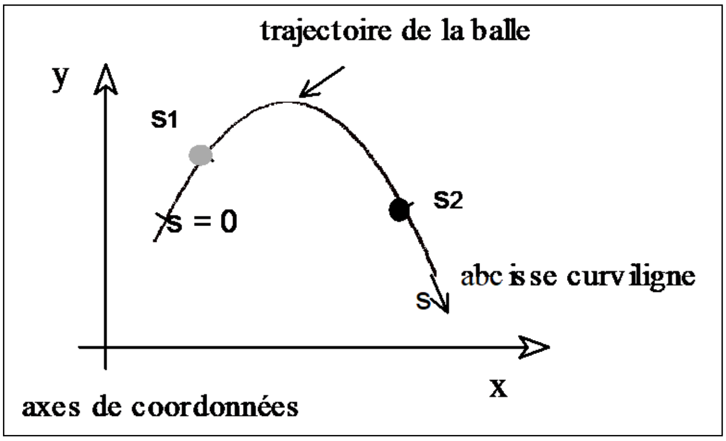
Une partie des informations données ci-dessus se retrouvent, mais il est nécessaire de les définir :

La trajectoire : c'est l'ensemble des points de l'espace (positions) occupés par un mobile au cours du temps.

L'abscisse curviligne "s": c'est un "axe" de coordonnée courbe placé sur la trajectoire.

L'horaire : c'est la relation t -> s(t). Cette relation donne pour chaque temps t la position s(t) du véhicule ou mobile.

Axes de coordonnées : la trajectoire peut se représenter dans un **diagramme spatial** dans lequel on peut choisir des axes de coordonnées.

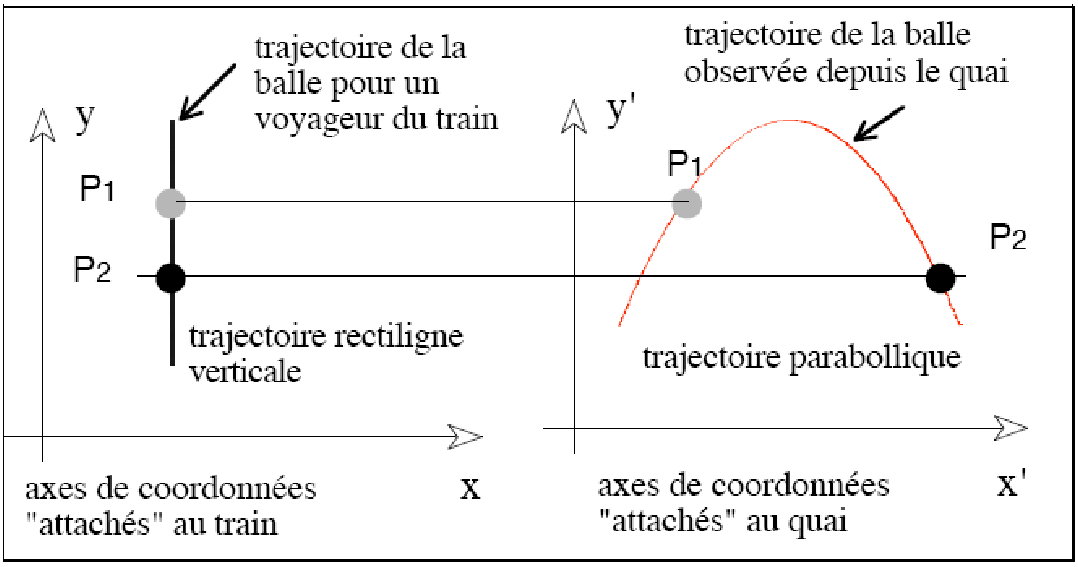


2. Notion de référentiel

Un jongleur voyage dans un train et lance une balle verticalement vers le haut :

Voici deux façons de décrire le mouvement de la balle :

a) Pour un voyageur se trouvant dans le train   b) pour une personne sur le quai



Depuis le quai, le mouvement vertical de la balle se combine avec le mouvement horizontal du train et le résultat est une trajectoire parabolique alors que le voyageur voit la balle suivre une trajectoire rectiligne verticale.

Qui donne la bonne description du mouvement de la balle ? Tous les deux !

En effet, la description est correcte dans les deux cas à condition de préciser quel est le référentiel dans lequel on décrit le mouvement.

Toute description d'un mouvement implique de préciser le référentiel (axes de coordonnées solidaires du référentiel) dans lequel le mouvement est décrit.

3. La vitesse

Vitesse moyenne

A partir des définitions qui précèdent la vitesse moyenne se calcule par :

$$v_{moyenne} = \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Vitesse instantanée

On s'approche de la vitesse instantanée si on prend l'intervalle de temps le plus petit possible

La définition mathématique (dérivée de s(t))

$$\boxed{v_{\text{instantanée}} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t}}$$

Cette expression est explicite : l'intervalle de temps tend vers zéro et c'est bien ce qu'il faudrait réaliser pour obtenir la vitesse instantanée !

Unités de la vitesse

Unités : $\frac{m}{s}$ ou encore $\frac{km}{h}$

Rappel : 1 [km] → 1000 [m] 1 [h] → 3600 [s]

Ainsi : 1 [km/h] → 1/3,6 [m/s] et 1 [m/s] → 3,6 [km/h]

Exemple (facile à mémoriser) :

Un coureur met environ 10 [s] pour parcourir 100 [m].

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{100}{10} = 10 \text{ [m/s]} \rightarrow 36 \text{ [km/h]}$$

Remarques

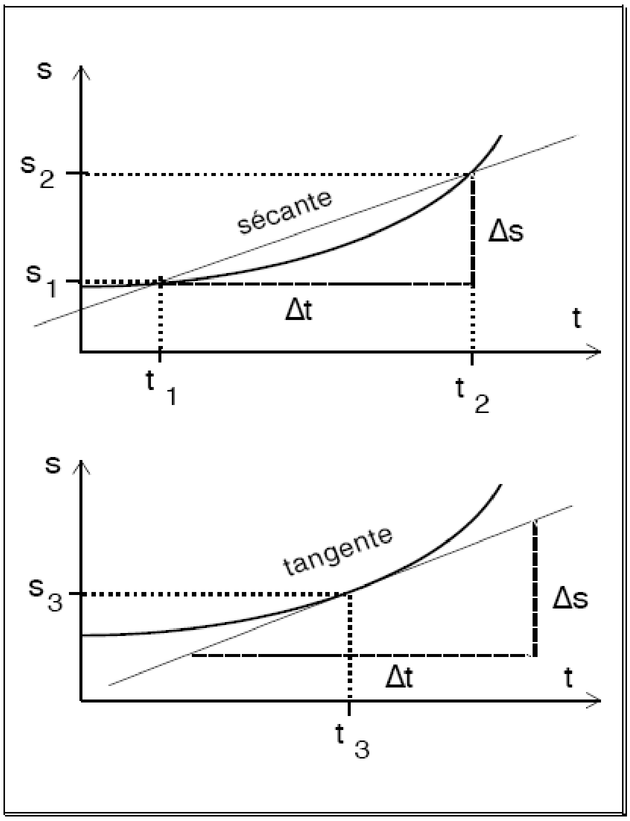
1. L'expression **mathématique** de la vitesse instantanée est intéressante car elle suggère l'idée suivante : plus l'intervalle de temps devient petit et plus on s'approche de la vitesse instantanée. En **physique**, on ne peut prendre un intervalle de temps arbitrairement petit car la **distance** et le **temps** sont des **mesures** comportant chacune leur précision (voir exemple ci-dessous).
2. Deux appareils mesurent par d'autres principes la vitesse instantanée :
   - le compteur de vitesse (ou tachymètre) utilise la vitesse de rotation des roues,
   - le radar utilise l'effet Doppler des ondes électromagnétiques.

Exemple

Lors de compétitions de ski, en descente, la vitesse moyenne et la vitesse instantanée sont affichées. La vitesse moyenne se calcule à l'aide du temps obtenu entre le portillon de départ et la cellule photoélectrique placée sur la ligne d'arrivée alors que la vitesse "instantanée" se calcule avec deux cellules distantes d'environ 50 mètres.

4. Diagramme du mouvement

La relation $t \rightarrow s(t)$ peut être représentée sur un diagramme :
c'est le diagramme du mouvement appelé également diagramme horaire.



Dans ce diagramme, la **pente de la sécante** correspond à la **vitesse moyenne**,

$$v_{m\,(1\text{-}2)} = \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

et la **pente de la tangente** correspond à la **vitesse instantanée.**

$$v_{\text{instantanée}(t_3)} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Remarques

1) La pente dans ce diagramme comporte des unités !
Attention : il faut tenir compte des échelles pour le calcul de la pente (vitesse).

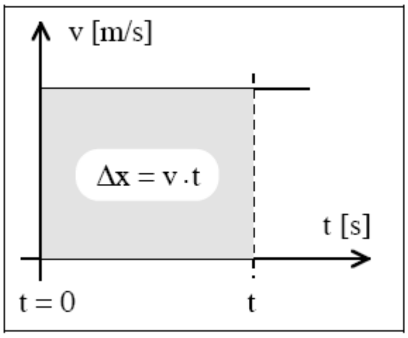
2) La pente d'une droite ne dépend pas de la dimension du triangle choisi en revanche la précision du calcul en dépend !

5. Etude cinématique du MRU

Un Mouvement Rectiligne Uniforme (MRU) est un mouvement rectiligne à vitesse constante. Dans ce cas la variation de position Δx est proportionnelle au temps t :

$\Delta x = v \cdot t$

Diagramme des vitesses :
c'est une application constante



v = constante
(indépendante de la variable x)

Remarque :

La pente d'une droite dans le diagramme du mouvement est bien une constante égale à la vitesse.

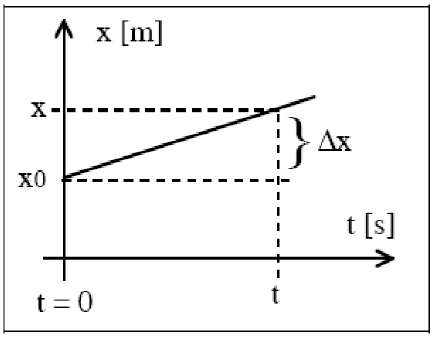
Rappel mathématique :

Application constante

y = constante

(indépendante de la variable x)

Diagramme du mouvement :
c'est une application du 1er degré



Par un processus "d'intégration" (surface sous la courbe dans le diagramme des vitesses) on obtient Δx. Si on connaît x_0, on peut alors exprimer x(t).

$$\Delta x = x - x_0 = v \cdot t$$
$$x(t) = v \cdot t + x_0$$

Application du 1er degré

y ou $y(x) = a \cdot x + b$

x est la variable
a est la pente
b est l'ordonnée à l'origine

Le MRU est donné par les relations :	vitesse : $v = cte$ position : $x(t) = v \cdot t + x_0$

6. L'accélération

Accélération moyenne

L'accélération moyenne se calcule par :

$$a_{moyenne} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Remarque préliminaire

Dans notre vie quotidienne, nous parlons d'accélération (augmentation de vitesse) et de décélération (diminution de vitesse) mais sans les mesurer. La mesure de cette grandeur se fait par référence au temps (comme la vitesse).

Accélération instantanée

On s'approche de l'accélération instantanée si on prend l'intervalle de temps le plus petit possible (limite physique : précision des mesures).
La définition mathématique (dérivée de v(t))

$$a_{\text{instantanée}} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Remarque

Nous ne disposons pas d'appareil, au laboratoire, permettant de mesurer l'accélération instantanée.

Unités de l'accélération :
Seule l'unité du système SI est utilisée.

$$\frac{\frac{m}{s}}{s} = \frac{m}{s^2} \text{ (S.I.)}$$

Exemple

Un objet tombant en chute libre (sans frottement) près de la surface de la Terre a une accélération d'environ 10 [m/s^2]. Cela signifie que chaque seconde sa vitesse augmente de 10 [m/s].

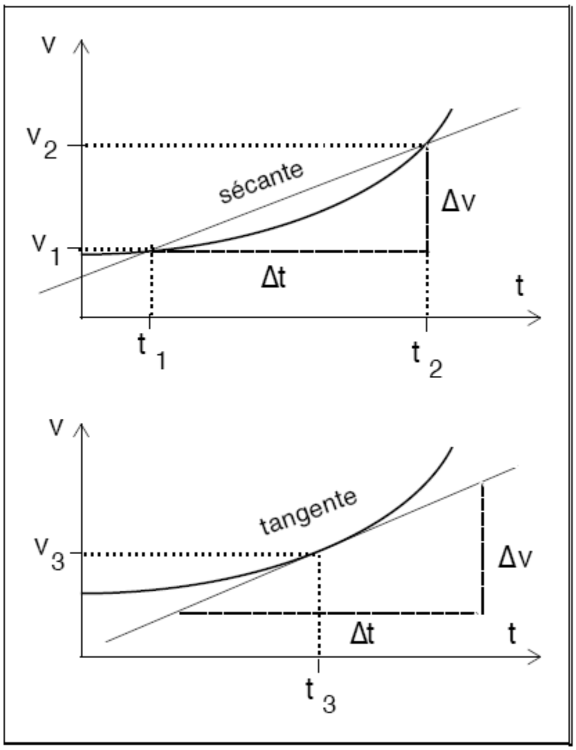
7. Diagramme des vitesses

La relation $t \rightarrow v(t)$ peut être représentée sur un diagramme : c'est le diagramme des vitesses.
Dans ce diagramme, la **pente de la sécante** correspond à l'**accélération moyenne**,

$$a_{m\,(1\text{-}2)} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

et la **pente de la tangente** correspond à l'**accélération instantanée.**

$$a_{instantanée(t_3)} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$



Remarques

1) La pente dans ce diagramme, comme dans celui du mouvement, comporte des unités ! **Attention : il faut tenir compte des échelles pour le calcul de la pente (accélération).**

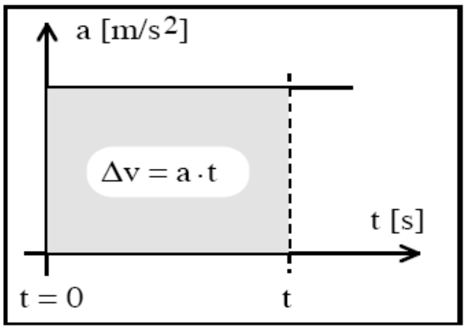
2) La pente d'une droite ne dépend pas de la dimension du triangle choisi en revanche la précision du calcul en dépend !

8. Etude cinématique du MRUA

Le Mouvement Rectiligne Uniformément Accéléré (MRUA) est un mouvement rectiligne à accélération constante. Dans ce cas la variation de vitesse Δv est proportionnelle au temps t :
$\Delta v = a \cdot t$

Exprimer v(t) à partir de l'accélération

Diagramme de l'accélération

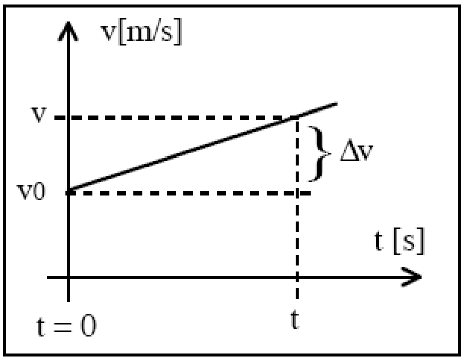


a = constante (indépendante de la variable t)

Par un processus "d'intégration" (surface sous la courbe dans le diagramme de l'accélération) on obtient Δv.

$$\Delta v = v - v_0 = a \cdot t$$

Diagramme des vitesses



Si en plus on connaît v_0, on peut alors exprimer v(t) :

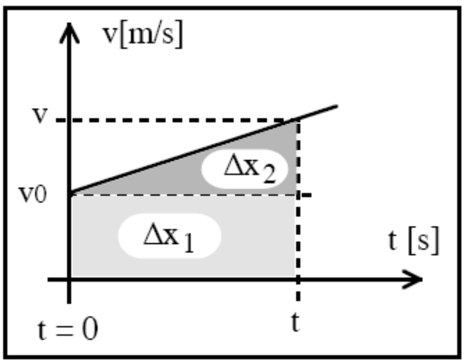
$$v(t) = a \cdot t + v_0$$

Remarque :

La pente d'une droite dans le diagramme des vitesses est bien une constante égale à l'accélération.

Exprimer x(t) à partir de la vitesse v(t)

Diagramme des vitesses



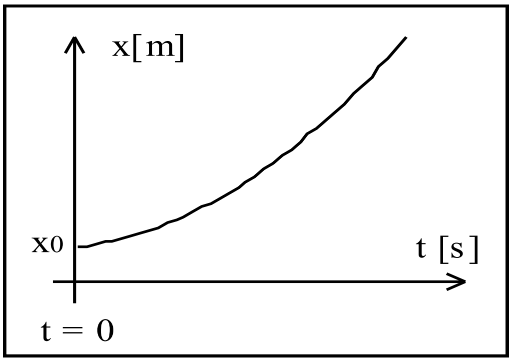
Par un processus "d'intégration" (surface sous la courbe dans le diagramme des vitesses) on obtient Δx. Cette fois il faut effectuer le calcul en deux étapes.

$$\Delta x_1 = v_0 \cdot t$$

$$\Delta x_2 = \frac{1}{2}(v - v_0) \cdot t \quad \text{avec} \quad v - v_0 = a \cdot t$$

$$\Delta x_2 = \frac{1}{2}(a \cdot t) \cdot t = \frac{1}{2} a \cdot t^2$$

Diagramme du mouvement



Si en plus on connaît x_0,
on peut alors exprimer

$$x(t) = x_0 + v_0 \cdot \Delta t + \frac{1}{2} a \cdot \Delta t^2$$

C'est une expression du 2e degré

Le MRUA est donné par les relations :

accélération : $a = \text{constante}$

vitesse : $v(t) = a \cdot \Delta t + v_0$

position : $x(t) = \frac{1}{2} a \cdot \Delta t^2 + v_0 \cdot \Delta t + x_0$

avec v_0 = vitesse initiale, x_0 = position initiale et $\Delta t = t_{finale} - t_0 = t$ si $t_0=0$

La chute libre est un bon exemple de MRUA, en effet "une force constante" est difficile à réaliser avec un moteur !

L'équation de **Toricelli** est utile pour résoudre les problèmes sans passer par le calcul du temps:

$$\boxed{V^2_{finale} = V^2_{initiale} + 2 \cdot a \cdot \Delta x}$$