Angles au centre, Angles inscrits

Rappel :

Les angles et arcs de cercle se "lisent" dans le sens contraire des aiguilles d'une montre.

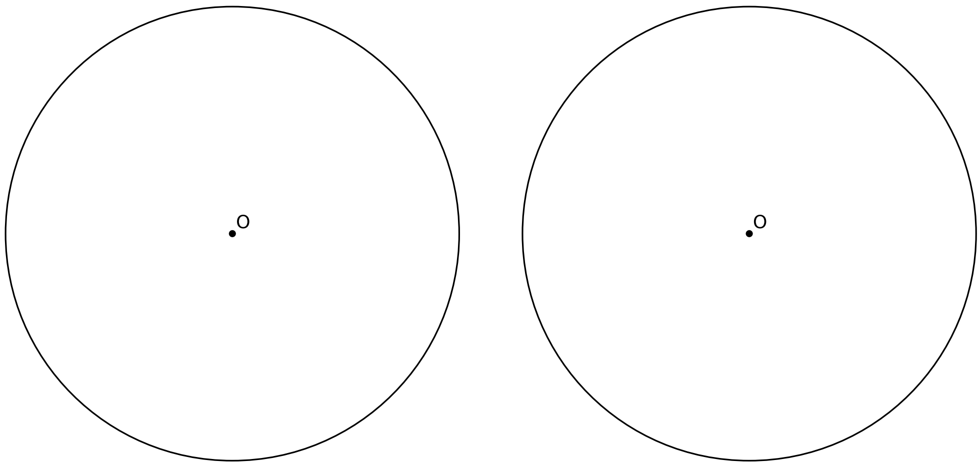
Angle au centre :

Soit un cercle de centre O et deux points A et B sur le cercle.

L'angle $\widehat{AOB}$ est appelé **angle au centre**. On dit qu'il intercepte l'arc de cercle $\overset{\frown}{AB}$.

(L'angle $\widehat{BOA}$ est aussi un angle au centre qui intercepte l'arc $\overset{\frown}{BA}$.)

Illustrations :

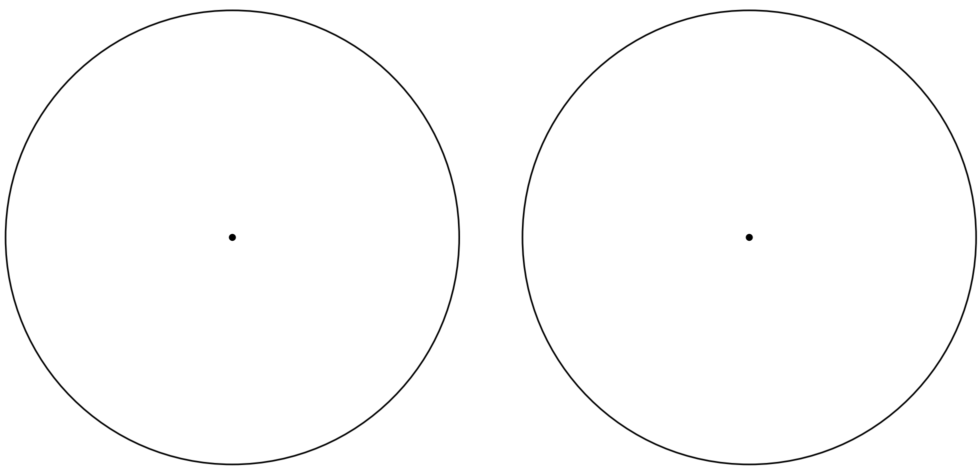


Angle inscrit :

Soit un cercle et trois points A, B et C sur le cercle.

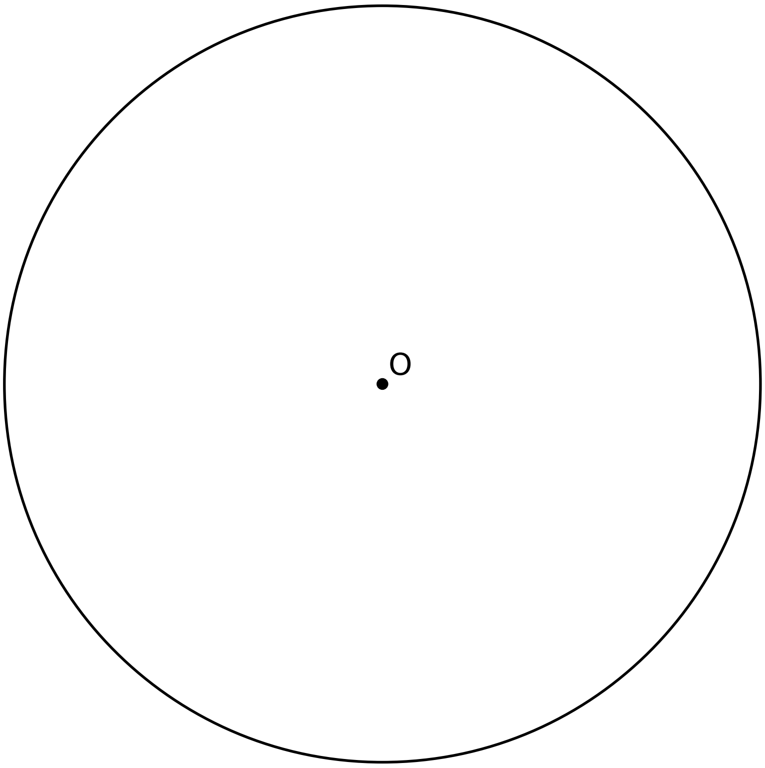
L'angle de sommet C et dont les côtés sont déterminées par les demi-droites $[CB)$ et $[CA)$ est appelé **angle inscrit**. Il intercepte également un arc de cercle, celui délimité par les points A et B dans lequel C ne se trouve pas. (Selon l'emplacement du point C il s'agira donc de l'arc $\overset{\frown}{AB}$ ou de l'arc $\overset{\frown}{BA}$.)

Illustrations :



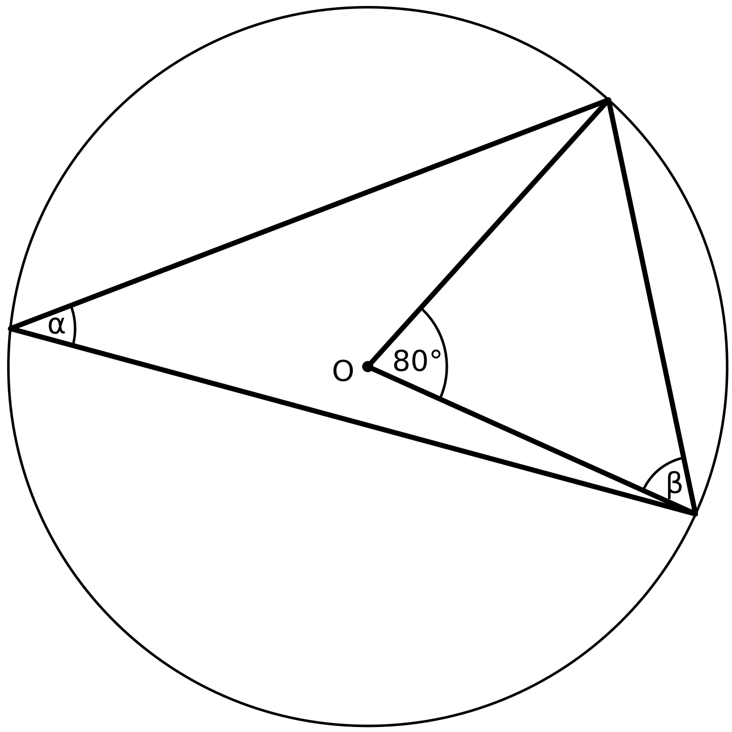
Relations :

Soit un cercle de centre O. Soient également un angle au centre de mesure α qui intercepte le même arc de cercle que deux angles inscrits différents de mesures respectives β et γ. Quelle(s) relation(s) peut-on deviner entre ces mesures d'angle ?

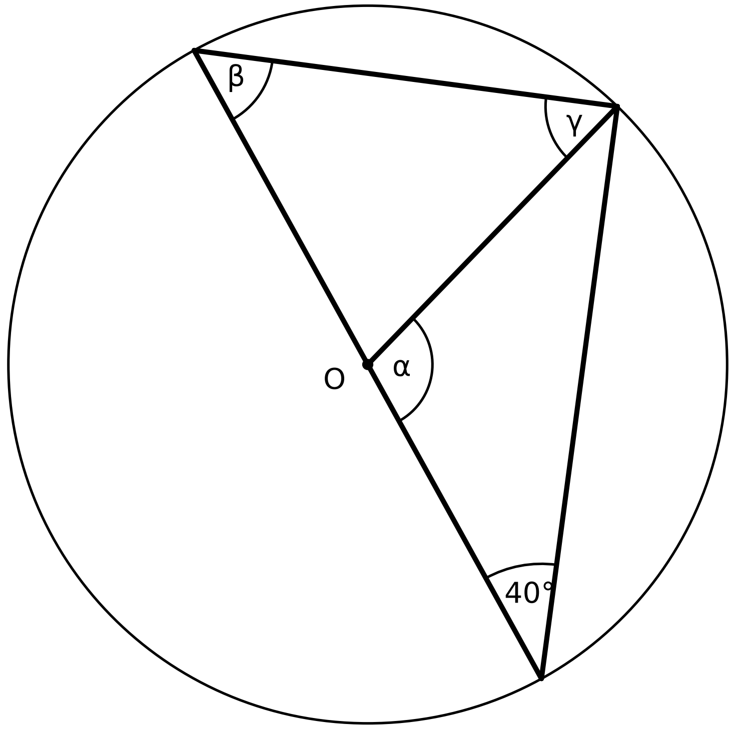


Exemples d'utilisation : (Inspirés de : http ://sesamath.ch/manuel-matugym-1e/les-fichiers-a-telecharger/pdf/ma1-ch09-cercles.pdf)

1. Soit un cercle de centre O comme sur le croquis. Déterminer α, β et γ.



2. Soit un cercle de centre O comme sur le croquis. Déterminer α, β et γ.



Théorème de l'angle au centre :

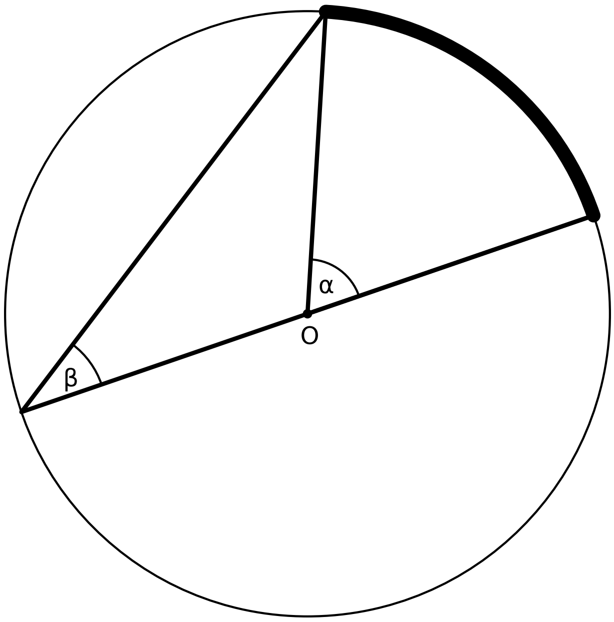
Si dans un cercle donné un angle au centre, de mesure α, et un angle inscrit, de mesure β, interceptent le même arc de cercle, alors :

$$\boxed{}$$

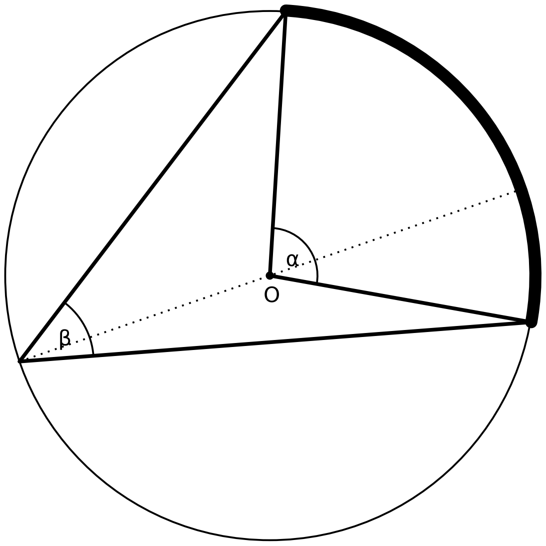
Démonstration :

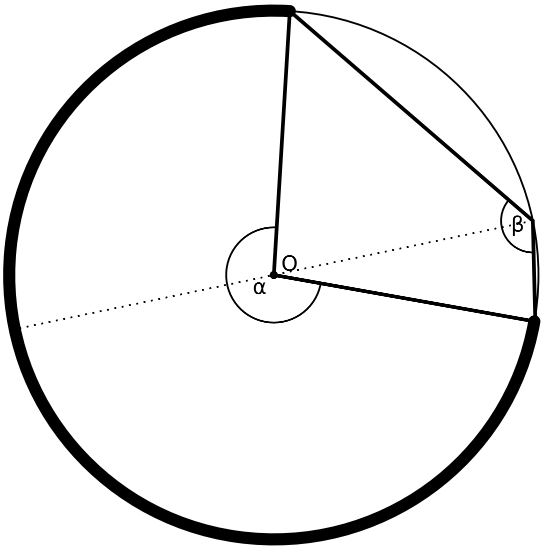
La démonstration se fait en considérant toutes les positions possibles du sommet de l'angle inscrit. Le premier cas considéré permettant de traiter les autres situations plus facilement.

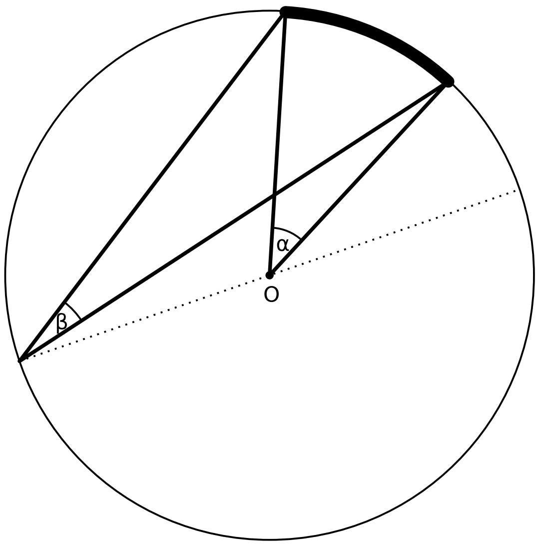
Cas particulier : L'un des segments délimitant l'angle inscrit est un diamètre du cercle.



Autres situations :







Corollaires : (théorèmes qui découlent directement du théorème précédent)

1. **Théorème de l'angle inscrit :**

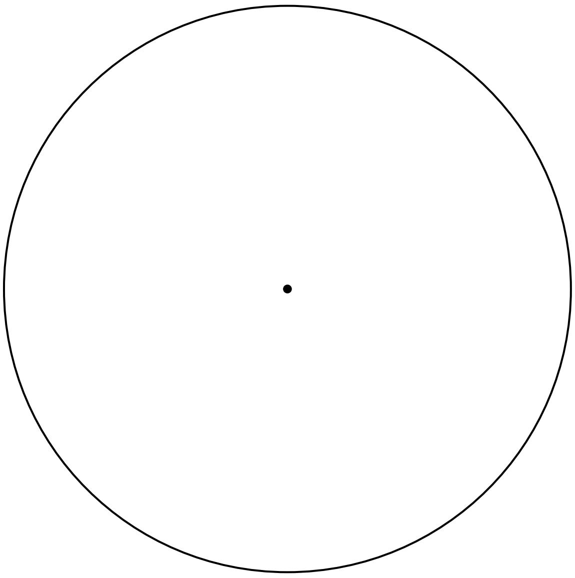
   Deux angles inscrits d'un cercle interceptant le même arc ont même mesure.

2. **Cercle de Thalès :**

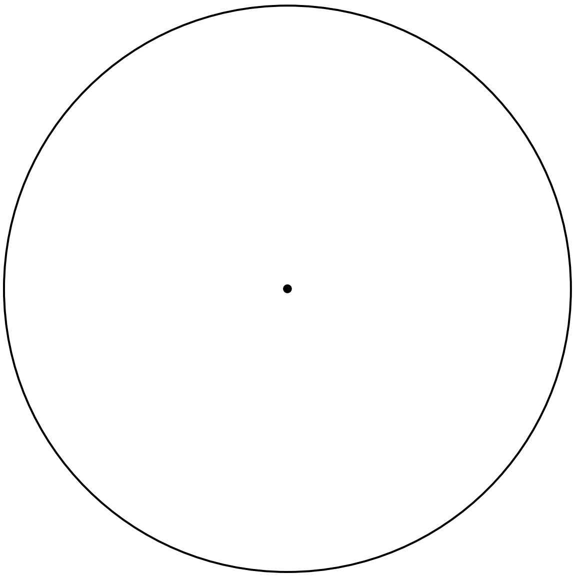
   Un triangle inscrit dans un cercle de manière à ce que l'un de ses côtés forme un diamètre du cercle, est un triangle rectangle.

Démonstrations :

1.

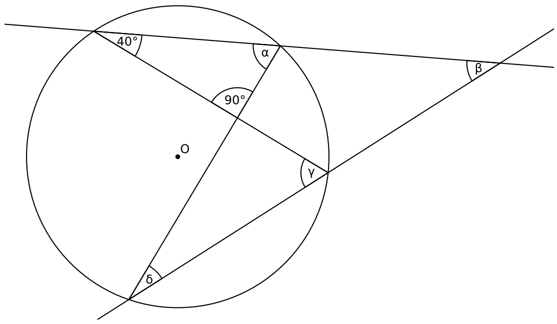


2.

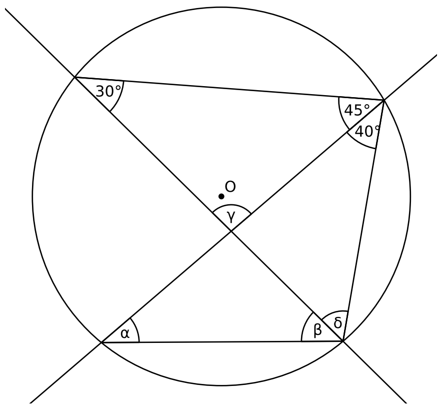


Exercices supplémentaires : (http ://sesamath.ch/manuel-matugym-1e/les-fichiers-a-telecharger/pdf/ma1-ch09-cercles.pdf)

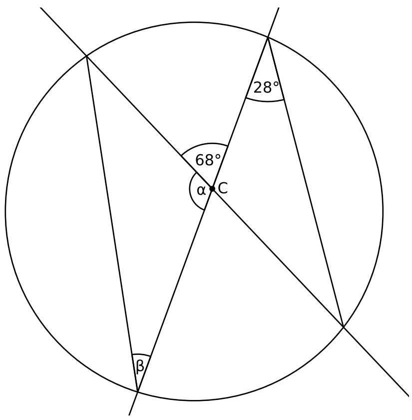
1. Soit un cercle de centre O comme sur le croquis. Déterminer α, β , γ et δ.



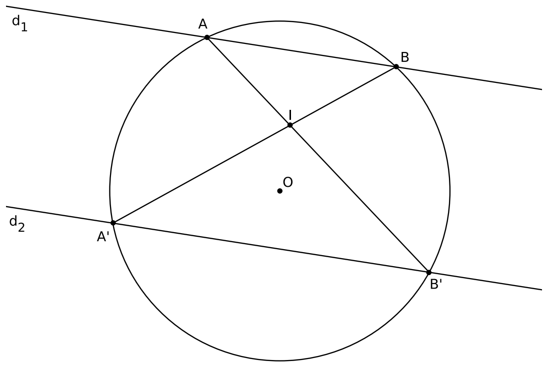
2. Soit un cercle de centre O comme sur le croquis. Déterminer α, β , γ et δ.



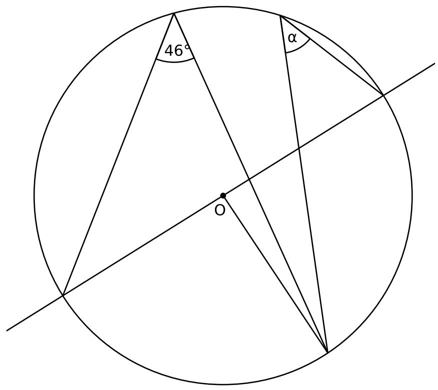
3. Soit le croquis suivant d'un cercle. Déterminer α et β et décider si le point C est le centre du cercle ou non.



4. Soit un cercle de centre O et deux droites parallèles d_1 et d_2 comme sur le croquis. Démontrer que les triangles $\Delta A'B'I$ et ΔBAI sont isocèles en I.



5. Soit un cercle de centre O comme sur le croquis. Déterminer α.



6. Soient deux cercles de point d'intersection I comme sur le croquis. Les droites d_1 et d_2 représentées se coupent également au point I. Démontrer que $\alpha = \beta$.